



Волны в однородных и неоднородных средах

Лекция 2

<http://aislepkov.phys.msu.ru>

Лекция 2

План

Тема 1. Основные свойства волновых процессов малой амплитуды.

1.3. Простейшие примеры волновых процессов.

1.3.3. Волны в жидкости и газе

1.3.4. Волны смещений, скоростей, деформаций, напряжений.

1.4. Явления на границе раздела двух сред. Волновое сопротивление. Граничные условия.

1.5. Колебания в распределенной системе. Стоячие волны.

1.6. Поток энергии в бегущей волне. Вектор Умова. Интенсивность волны

1.7. Волновое уравнение и вектор Умова-Пойнтинга для электромагнитных волн.

1.8 Колебания в ансамбле невзаимодействующих осцилляторов. Классическая теория дисперсии.

1.8.1. Дисперсия в ансамбле тождественных осцилляторов.

1.3. Простейшие примеры волновых процессов.

1.3.3. Волны в жидкости и газе

$$E = - \frac{dp}{dV} V$$

$$\rho V = \text{const}$$

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$$

1.3. Простейшие примеры волновых процессов.

1.3.4. Волны смещений, скоростей, деформаций, напряжений.

$$u(x, t) = u_0 \cos(\omega t - kx)$$

- волна смещений.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -u_0 \omega \sin(\omega t - kx)$$

- волна скоростей частиц.

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} = u_0 k \sin(\omega t - kx)$$

- волна деформаций.

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{\partial u}{\partial x} = u_0 E k \sin(\omega t - kx)$$

- волна напряжений.

Лекция 2

План

Тема 1. Основные свойства волновых процессов малой амплитуды.

1.3. Простейшие примеры волновых процессов.

1.3.4. Волны смещений, скоростей, деформаций, напряжений.

1.4. Явления на границе раздела двух сред. Волновое сопротивление. Граничные условия.

1.5. Колебания в распределенной системе. Стоячие волны.

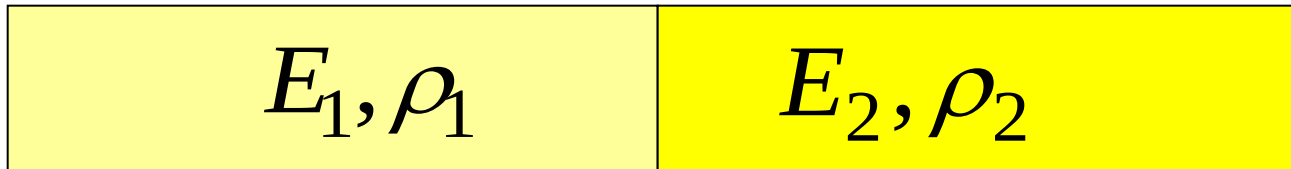
1.6. Поток энергии в бегущей волне. Вектор Умова. Интенсивность волны

1.7. Волновое уравнение и вектор Умова-Пойнтинга для электромагнитных волн.

1.8 Колебания в ансамбле невзаимодействующих осцилляторов. Классическая теория дисперсии.

1.8.1. Дисперсия в ансамбле тождественных осцилляторов.

1.4. Явления на границе раздела двух сред. Волновое сопротивление. Граничные условия.



- 1) **Смещения** слева и справа от границы раздела одинаковы
- 2) **Напряжения** слева и справа от границы раздела одинаковы

1.4. Явления на границе раздела двух сред. Волновое сопротивление. Граничные условия.

$$u_1(x,t) = u_{01}^+ e^{i(\omega t - k_1 x)} + u_{01}^- e^{i(\omega t + k_1 x)}$$

- волны в первой
среде

$$u_2(x,t) = u_{02}^+ e^{i(\omega t - k_2 x)}$$

- волна во второй
среде

$$u_1(0,t) = u_2(0,t),$$

$$u_{01}^+ e^{i(\omega t - k_1 \cdot 0)} + u_{01}^- e^{i(\omega t + k_1 \cdot 0)} =$$

$$u_{02}^+ e^{i(\omega t - k_2 \cdot 0)}$$

- первое граничное
условие

$$\sigma_1(0,t) = \sigma_2(0,t)$$

$$E_1 \varepsilon_1(0,t) = E_2 \varepsilon_2(0,t)$$

- второе граничное
условие

1.4. Явления на границе раздела двух сред. Волновое сопротивление. Граничные условия.

E_1, ρ_1	E_2, ρ_2
---------------	---------------

$$Z = -\frac{\sigma}{\frac{\partial u}{\partial t}} = \frac{E}{v} = \rho v \quad - \text{ волновое сопротивление}$$

$$u_{01}^{-} = \frac{1 - \frac{Z_2}{Z_1}}{1 + \frac{Z_2}{Z_1}} u_{01}^{+}, \quad - \text{ отраженная волна}$$

$$u_{02}^{+} = \frac{2}{1 + \frac{Z_2}{Z_1}} u_{01}^{+} \quad - \text{ прошедшая волна}$$

Лекция 2

План

Тема 1. Основные свойства волновых процессов малой амплитуды.

1.3. Простейшие примеры волновых процессов.

1.3.4. Волны смещений, скоростей, деформаций, напряжений.

1.4. Явления на границе раздела двух сред. Волновое сопротивление. Граничные условия.

1.5. Колебания в распределенной системе. Стоячие волны.

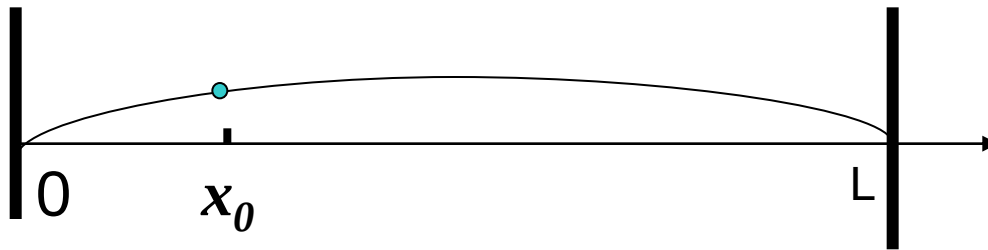
1.6. Поток энергии в бегущей волне. Вектор Умова. Интенсивность волны

1.7. Волновое уравнение и вектор Умова-Пойнтинга для электромагнитных волн.

1.8 Колебания в ансамбле невзаимодействующих осцилляторов. Классическая теория дисперсии.

1.8.1. Дисперсия в ансамбле тождественных осцилляторов.

1.5. Колебания в распределенной системе. Стоячие волны.



$$u(x_0, t) = u_{00} \cos(\omega t)$$

$$u(0, t) = 0,$$

$$u(L, t) = 0,$$

1.5. Колебания в распределенной системе. Стоячие волны.

$$u(x, t) = u^+(x, t) + u^-(x, t) = 2u_0 \sin\left(\frac{\omega}{v}x\right) \sin(\omega t + \theta_0)$$

$$u(x_0, t) =$$

$$= u_0 \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{v}x_0 + \theta_0\right) - u_0 \cos\left(\omega t + \frac{\omega}{v}x_0 + \theta_0\right) =$$

$$= u_{00} \cos \omega t.$$

$$u_0 = \frac{u_{00}}{2 \sin\left(\frac{\omega}{v}x_0\right)}$$

1.5. Колебания в распределенной системе. Стоячие волны.

$$u(x,t) = u^+(x,t) + u^-(x,t) = 2u_0 \sin\left(\frac{\omega}{v}x\right) \cos(\omega t)$$

$$\frac{\omega}{v}L = \pi n,$$

-условие устойчивых колебаний

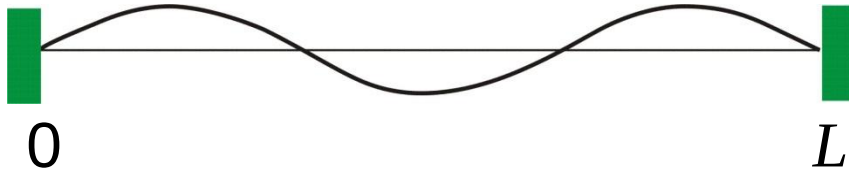
$$n \frac{\lambda_n}{2} = L,$$

-Длины волн для нормальных колебаний

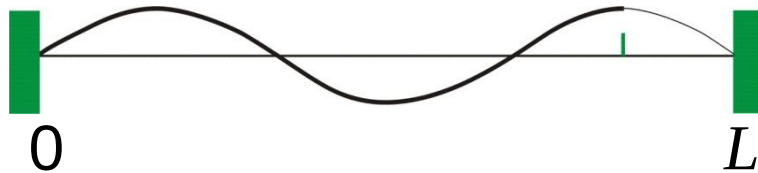
$$v_n = \frac{n}{2L} \frac{\sqrt{T}}{\sqrt{\rho}}$$

-Частоты нормальных колебаний

1.5. Колебания в распределенной системе. Стоячие волны.



$$u(0, t) = 0, \quad u(L, t) = 0, \quad L = n \frac{\lambda_n}{2}$$



$$L = n \frac{\lambda_n}{2} + \frac{\lambda_n}{4}$$
$$u(0, t) = 0, \quad \frac{\partial u(L, t)}{\partial x} = 0,$$

Задания к лекции 2

1. Используя выражения для скорости в жидкости или газе, полученное в данной лекции, а также предположение что процесс распространения звуковой волны является адиабатическим, то есть $pV^\gamma = \text{const}$, получить выражение для скорости волны в газе

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$$

2. На границу раздела двух сред падает плоская упругая волна. Амплитуда отраженной волны по величине равна амплитуде прошедшей волны. Модули Юнга первой и второй сред связаны соотношением $E_1 = 2E_2$. Определить соотношение между плотностями первой и второй сред.