



Волны в однородных и неоднородных средах

Лекция 4

<http://aislepkov.phys.msu.ru>



Тема 1. Основные свойства волновых процессов малой амплитуды.

1.9. Волны в упорядоченных структурах.

1.9.1. Волны в цепочках связанных частиц.

1.9.2. Волны в цепочках связанных осцилляторов

1.10. Предельный переход от упорядоченной структуры к одномерной сплошной среде

1.11. Волновой пакет, групповая скорость.

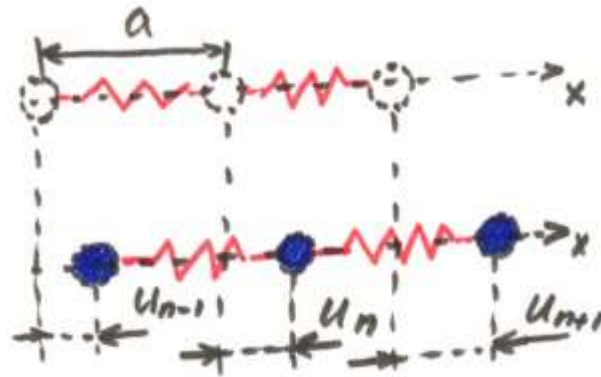
1.12. Связанные моды.

1.12.1. Периодическая связь.

1.12.1. Аperiodическая связь.

1.9. Волны в упорядоченных структурах.

1.9.1. Волны в цепочках связанных частиц .



$$X_{n,n+l} = x_{n+l} - x_n = la + u_{n+l} - u_n$$

$$W = \sum_n \sum_{l>0} W(x_{n+l} - x_n)$$

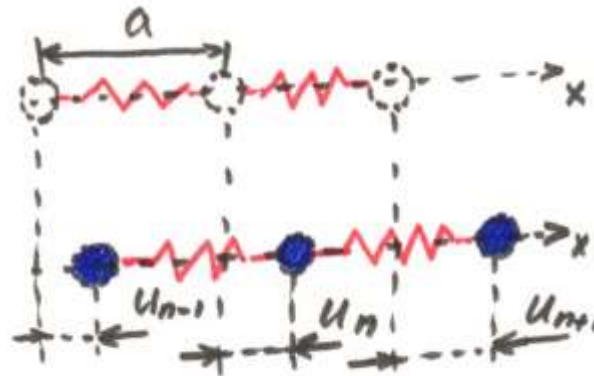
1.9.1. Волны в цепочках связанных частиц .

$$W(X_{n,n+l}) = W(la) + (u_{n+l} - u_n)W'(la) + \frac{1}{2}(u_{n+l} - u_n)^2 W''(la)$$

$W =$

$$\sum_n \sum_{l>0} \left[(u_{n+l} - u_n)W'(la) + \frac{1}{2}(u_{n+l} - u_n)^2 W''(la) \right] + \sum_n \sum_{l>0} W(la) =$$
$$\sum_n \sum_{l>0} \left[(u_{n+l} - u_n)W'(la) + \frac{1}{2}(u_{n+l} - u_n)^2 W''(la) \right] + W_0$$

1.9.1. Волны в цепочках связанных частиц .



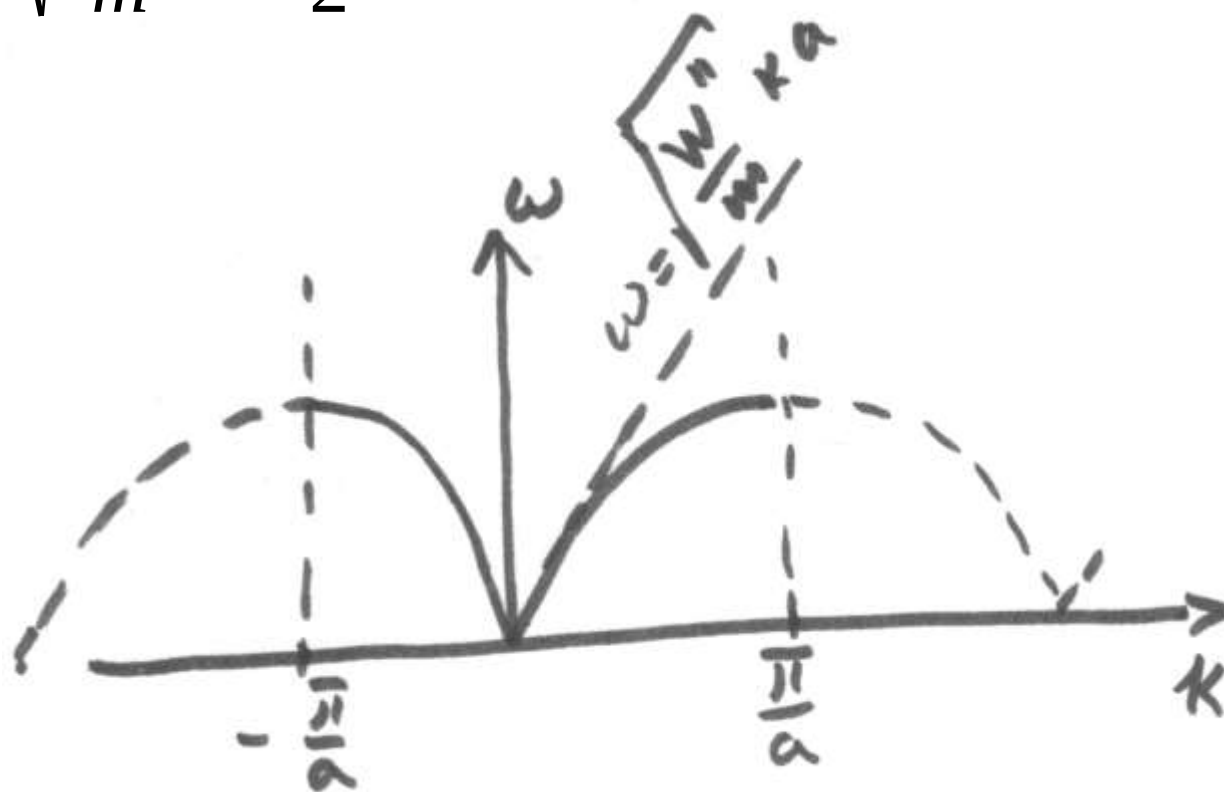
$$m \frac{d^2 u_p}{dt^2} = F_p = \sum_{l>0} W''(la) [u_{p+l} + u_{p-l} - 2u_p]$$

$$u_p = C e^{i\omega t - ikpa}$$

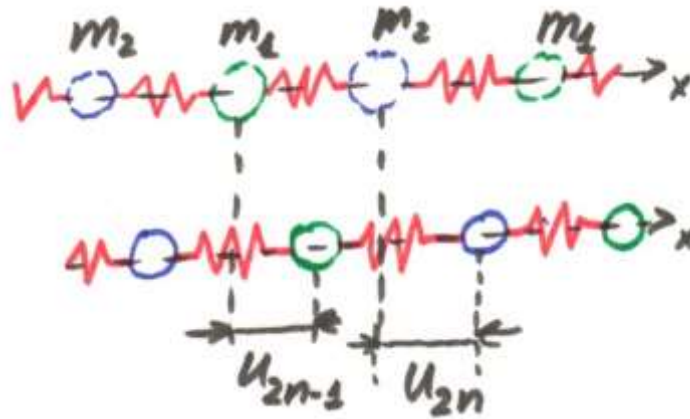
$$\omega^2 = 4 \sum_{l>0} \frac{W''(la)}{m} \sin^2 \frac{kla}{2}$$

1.9.1. Волны в цепочках связанных частиц

$$\omega = 2\sqrt{\frac{W''}{m}} \sin \frac{ka}{2}$$



1.9.1. Волны в цепочках связанных частиц .



$$m_1 \frac{d^2 u_{2n+1}}{dt^2} = W''(a) [u_{2n} + u_{2n+2} - 2u_{2n+1}]$$

$$m_2 \frac{d^2 u_{2n}}{dt^2} = W''(a) [u_{2n+1} + u_{2n-1} - 2u_{2n}]$$

1.9.1. Волны в цепочках связанных частиц .

$$\omega^4 - 2\omega^2 W'' \left[\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right] + \frac{4(W'')^2}{m_1 m_2} \sin^2 ka = 0$$

$$\omega_{\pm}^2 = W'' \left\{ \left[\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right] \pm \sqrt{\left[\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \right]^2 - \frac{4}{m_1 m_2} \sin^2 ka} \right\}$$

Задание к лекции 4

Задача 1. Получить дисперсионное уравнение для длинной линии, показанной на рисунке

