



Волны в однородных и неоднородных средах

Лекция 7

<http://aislepkov.phys.msu.ru>



Тема 2. Нелинейные волны.

2.1. Нелинейные колебания

2.1.2. Примеры нелинейных систем.

Качественное описание движения нелинейного осциллятора.

2.2. Нелинейные волны в средах без дисперсии и диссипации

2.2.1. Кинематические волны.

2.2.2. Нелинейные волны в среде без дисперсии.

Литература

1. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн, 2-е изд. М.: Наука, 1990
2. Рабинович М.И., Трубецков Д.И. Введение в теорию колебаний и волн, 3-е изд. М.: Наука, 2001.
3. Н.В.Карлов, Н.А.Кириченко. Колебания, волны, структуры. М.2003.

П.2.1. Нелинейные колебания

П.2.1.1. Представление движений осциллятора на фазовой плоскости.

Динамическая система – математический объект, соответствующий реальным физическим (химическим, биологическим и другим) системам, эволюция во времени которых на любом интервале времени однозначно определяется начальным состоянием.

Фазовое пространство - множество состояний динамической системы

Координаты в фазовом пространстве – величины, описывающие состояние системы

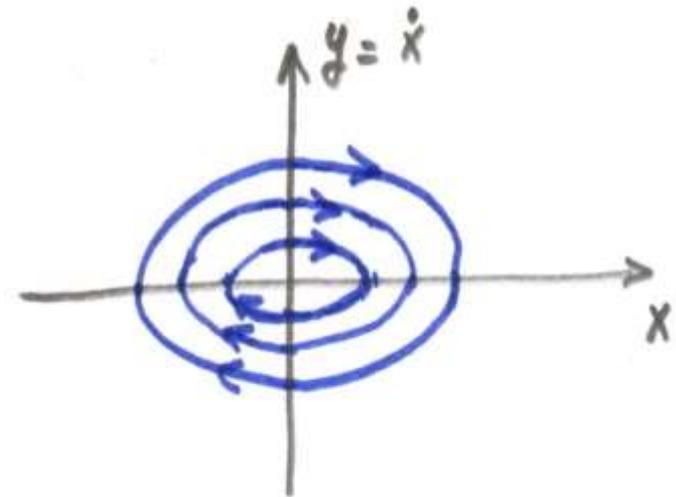
Пример

Из города **A** в город **B** ведут две непересекающиеся дороги. Две автомашины, выезжающие по разным дорогам **A** и **B** и связанные веревкой некоторой длины меньшей $2l$ смогли проехать из **A** в **B** не порвав веревки. Сумеют ли разминуться не коснувшись два круглых воза радиуса l , центры которых движутся по этим дорогам

П.2.1.1. Представление движений осциллятора на фазовой плоскости.

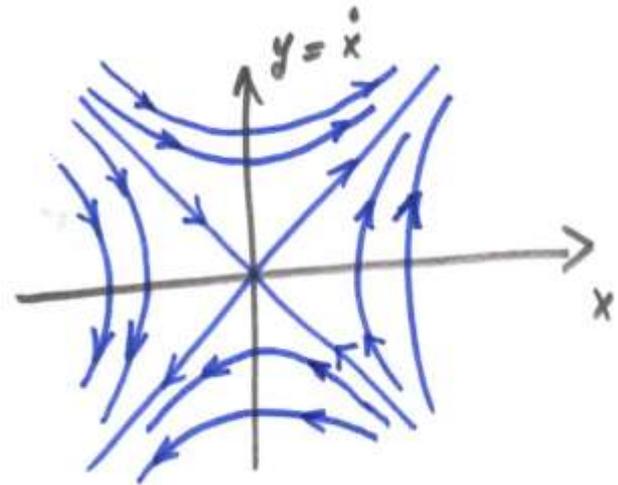
$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$\frac{dx}{dt} = y, \quad \frac{dy}{dt} = -\omega_0^2 x$$



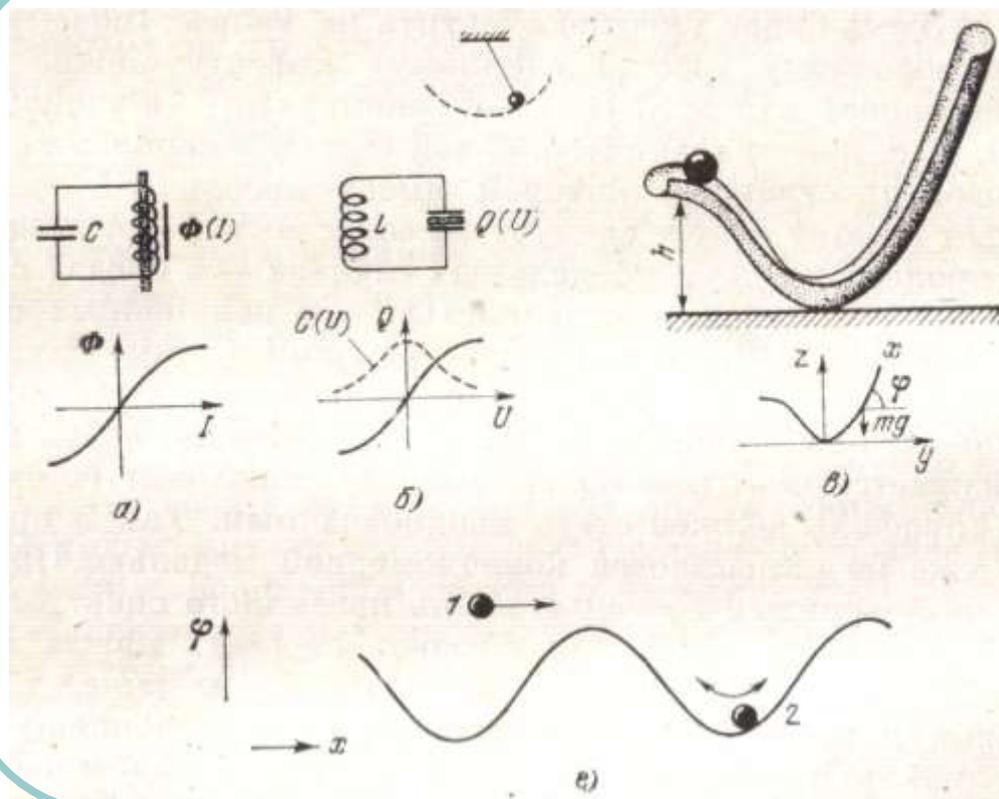
П.2.1.1. Представление движений осциллятора на фазовой плоскости.

$$\ddot{x} - a^2 x = 0$$

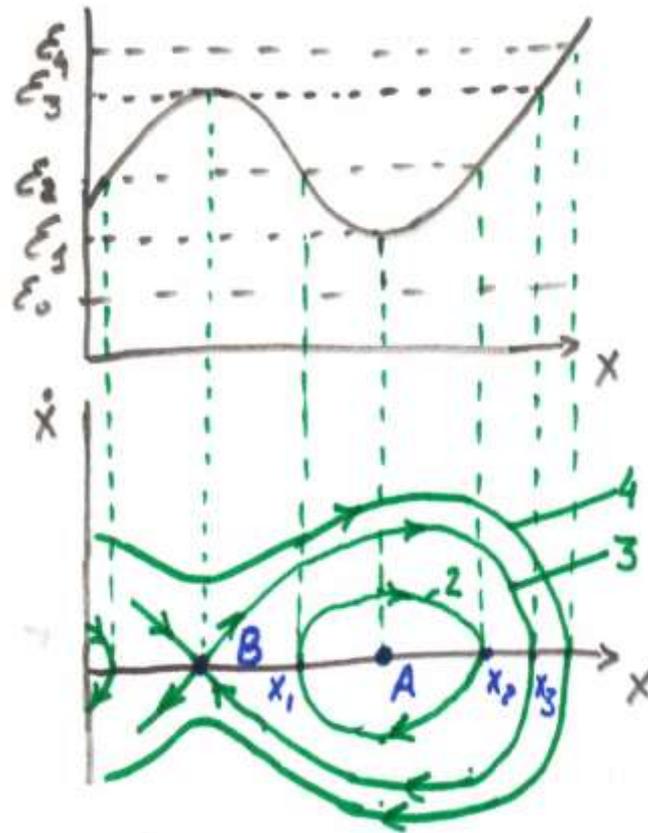


2.1.2. Примеры нелинейных систем. Качественное описание движения нелинейного осциллятора.

$$\ddot{x} + f(x) = 0$$



2.1.2. Примеры нелинейных систем. Качественное описание движения нелинейного осциллятора.



Задание к лекции 7

В направляющих системах могут распространяться так называемые **продольные волны** – волны, у которых продольная компонента электрического поля не равна нулю. Если в поле такой волны движется электронный пучок, то они могут эффективно взаимодействовать (электроны могут тормозиться или ускоряться). Движение отдельного электрона в периодическом поле замедленной продольной электромагнитной волны (движущейся со скоростью меньшей скорости света) удобно рассмотреть в системе координат, движущейся со скоростью волны в направлении оси x . В этой системе координат удобно ввести потенциал

$$\phi = \phi_0 \cos(kx) \quad \left(k = \frac{2\pi}{\lambda} \right)$$

и уравнение движения электрона будет иметь следующий вид (с учетом знака заряда электрона:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + e\phi_0 k \sin kx = 0$$

Это уравнение колебаний нелинейного осциллятора.

Задание

Нарисовать качественный вид фазового портрета такой системы для различных значений начальной скорости электронов.

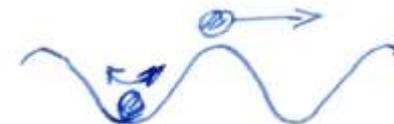


Рис.6.10. Качественное представление движения электрона в поле замедленной волны