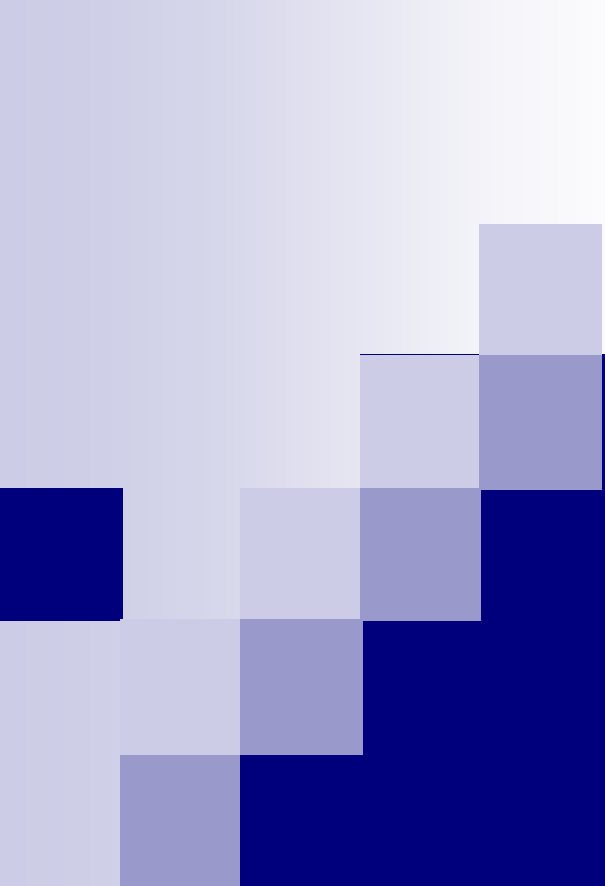




Механика

Лекция 6

Под энергией материальной системы в определённом состоянии мы понимаем измеренную в механических единицах работы сумму всех действий, которые производятся вне системы, когда она переходит из этого состояния любым способом в произвольно выбранное нулевое состояние

Уильям Томсон 1852 год

aislepkov.phys.msu.ru

kosareva@physics.msu.ru

Лекция 6

План

Глава 2. Законы сохранения в простейших системах

П.2.2. Механическая энергия.

П.2.2.3. Консервативные силы. Поле сил. Потенциальная энергия материальной точки.

П.2.2.4. Потенциальная энергия м.т. в поле силы тяжести.

П.2.2.5. Потенциальная энергия м.т. в поле упругих сил.

П.2.2.6. Потенциальная энергия м.т. в гравитационном (кулоновском) поле.

П.2.2.7. Потенциальная энергия системы материальных точек.

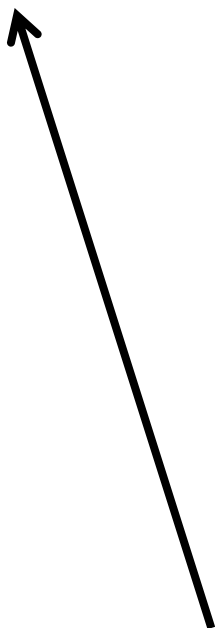
П.2.2.8. Закон сохранения механической энергии.

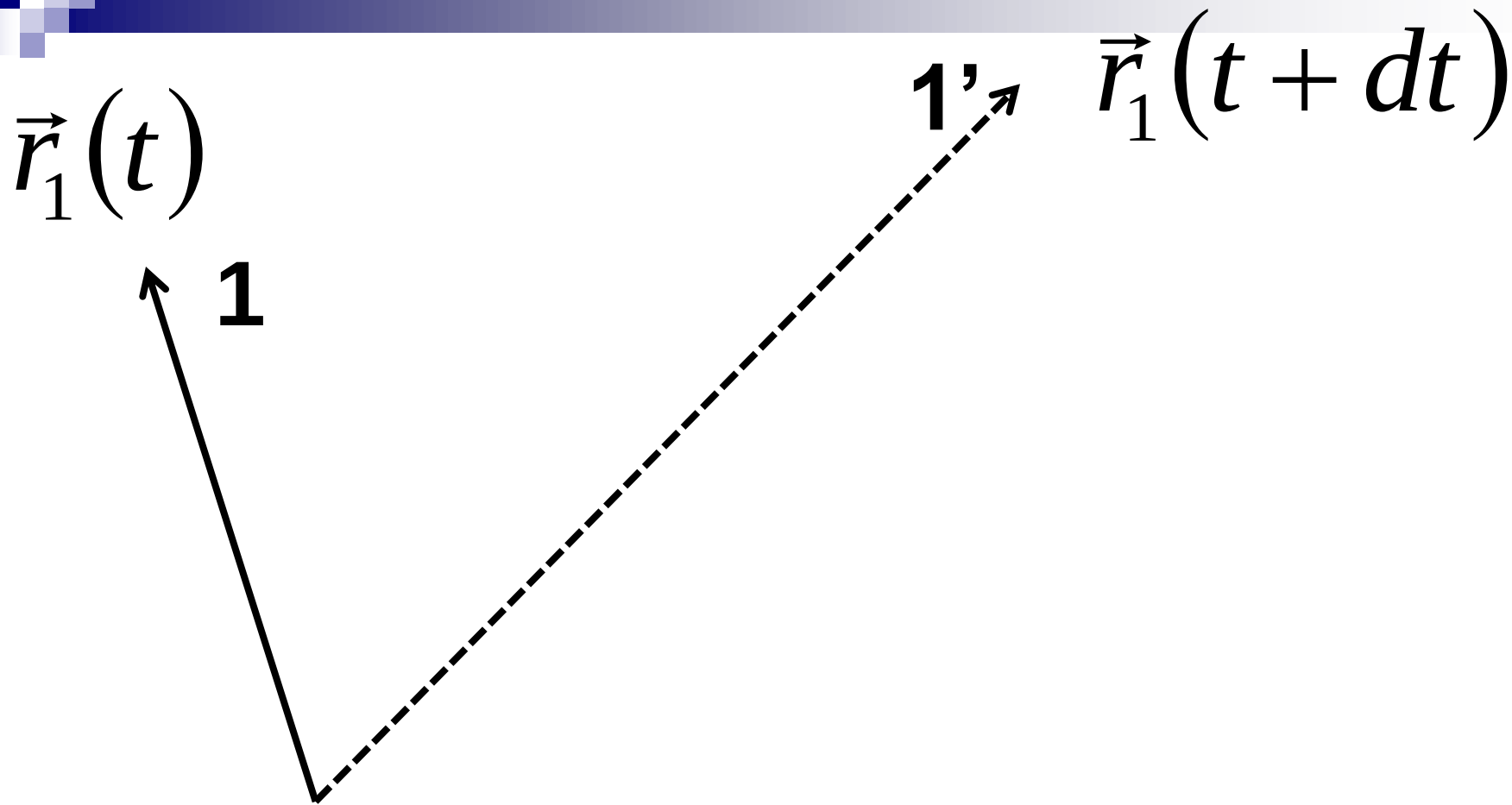
П.2.2.9. Связь потенциальной энергии с силой.

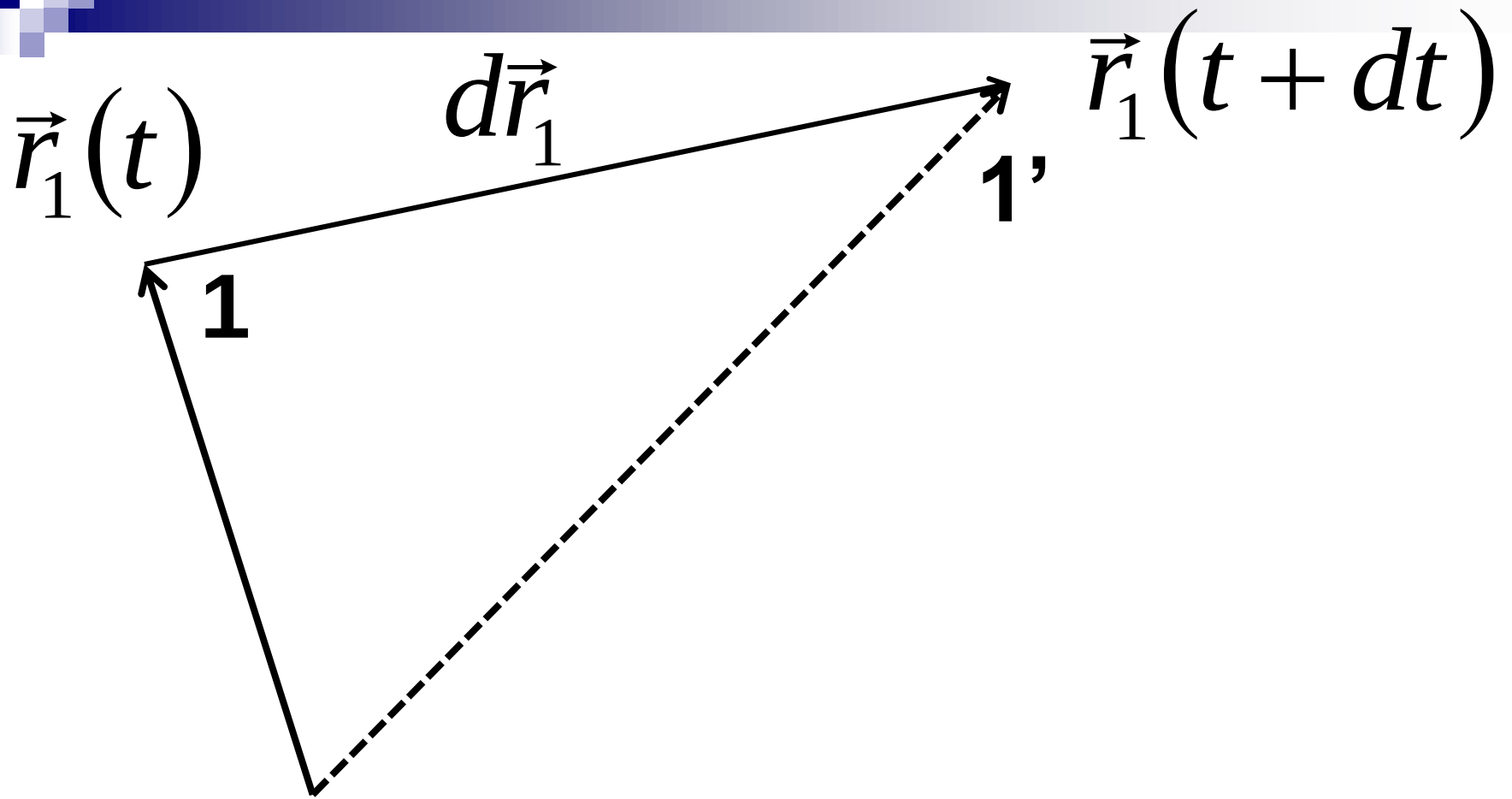
П.2.3. Связь законов сохранения с однородностью пространства и времени.


$$\vec{r}_1(t)$$

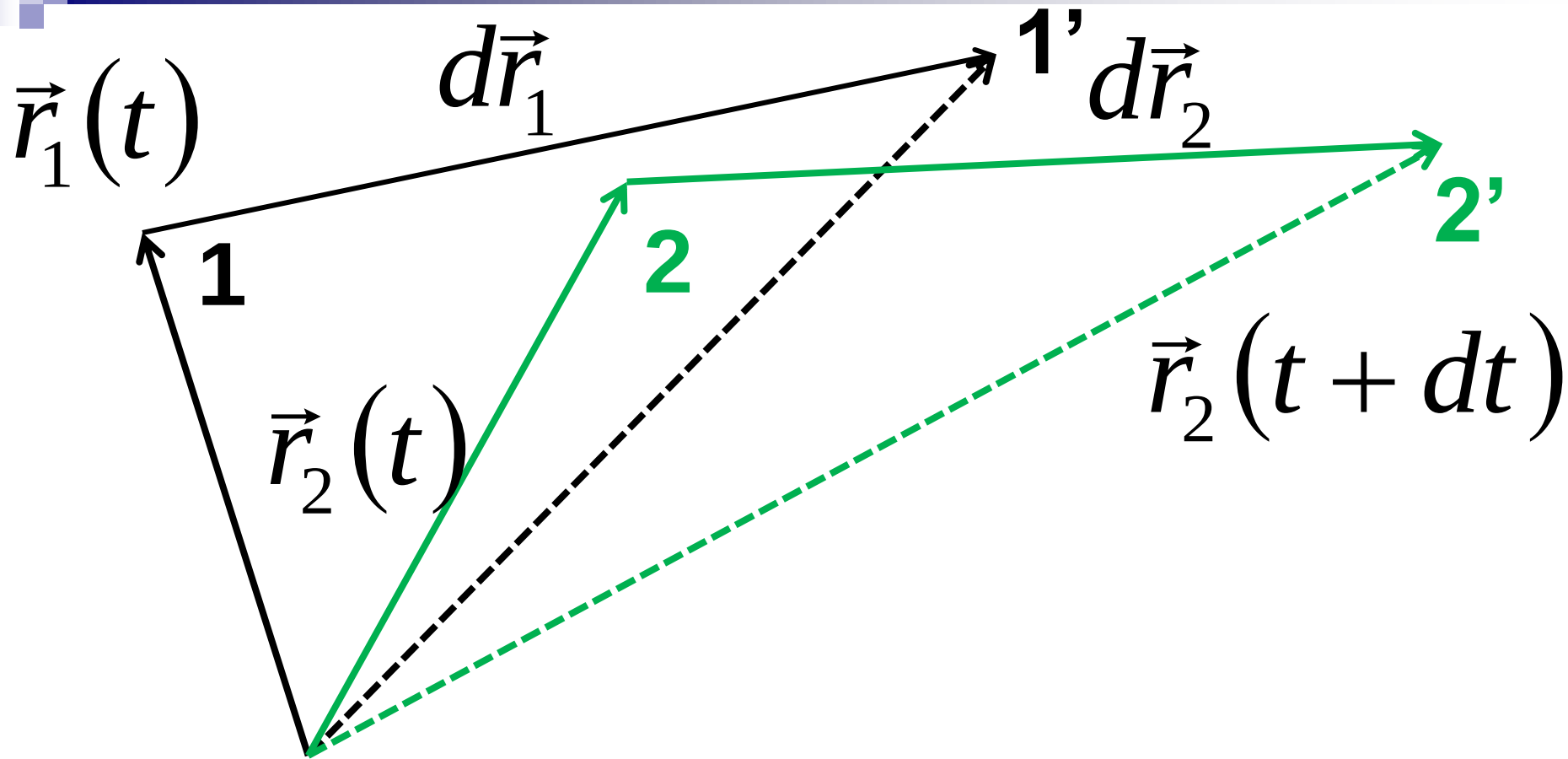
П.2.2.7. Потенциальная энергия
системы материальных точек.





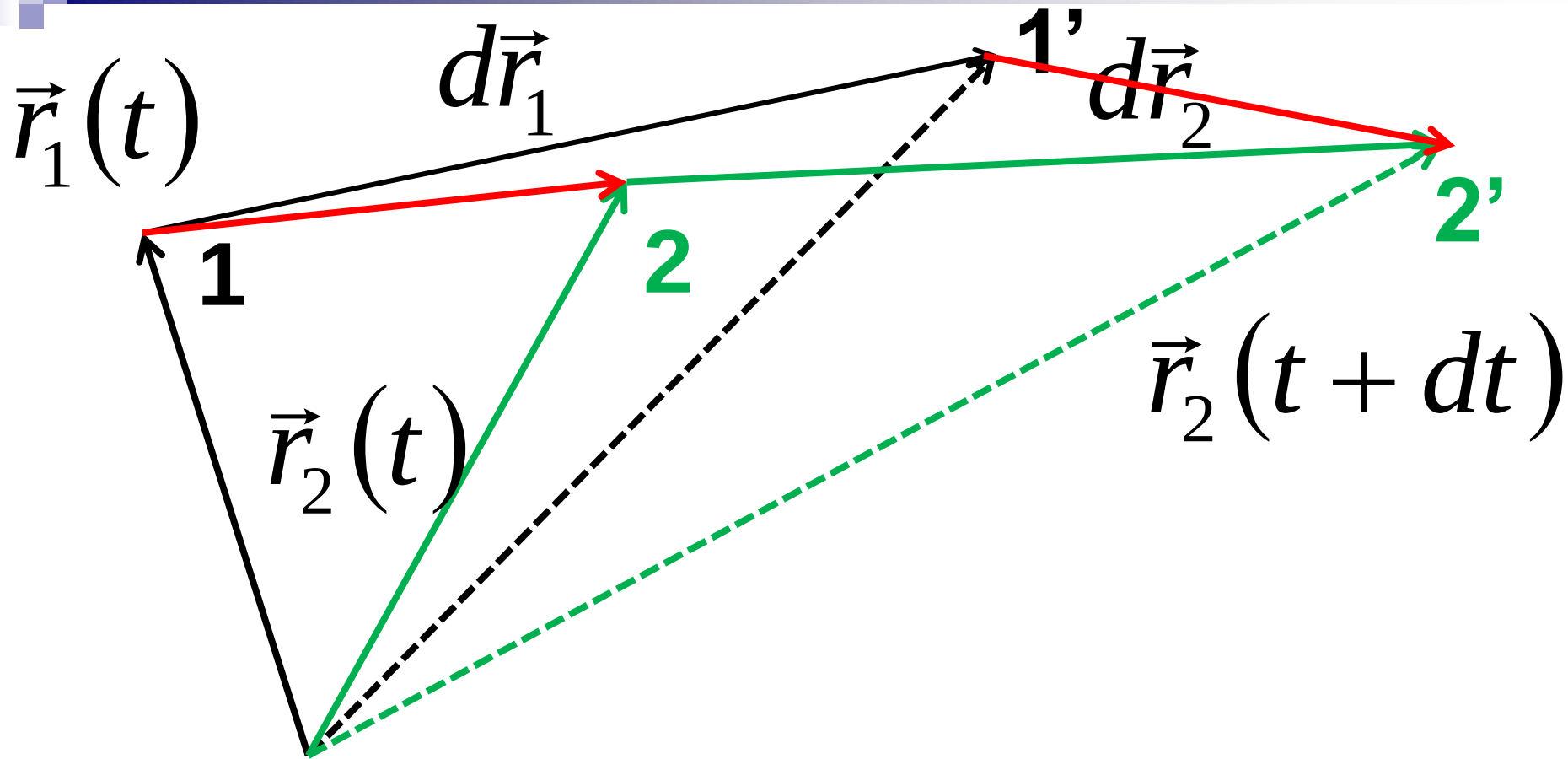


$$d\vec{r}_1 = \vec{r}_1(t + dt) - \vec{r}_1(t)$$



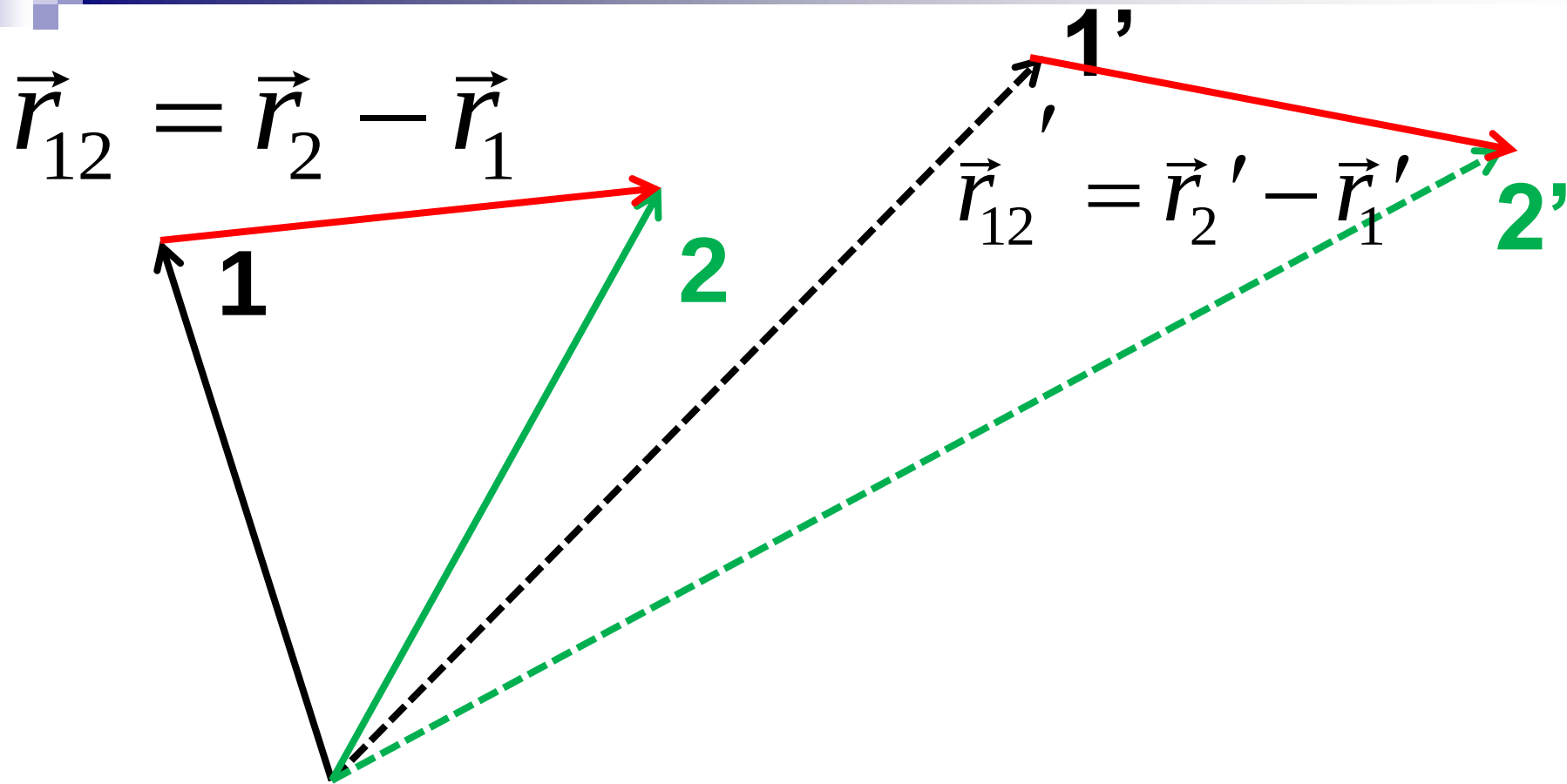
$$d\vec{r}_1 = \vec{r}_1(t+dt) - \vec{r}_1(t)$$

$$d\vec{r}_2 = \vec{r}_2(t+dt) - \vec{r}_2(t)$$



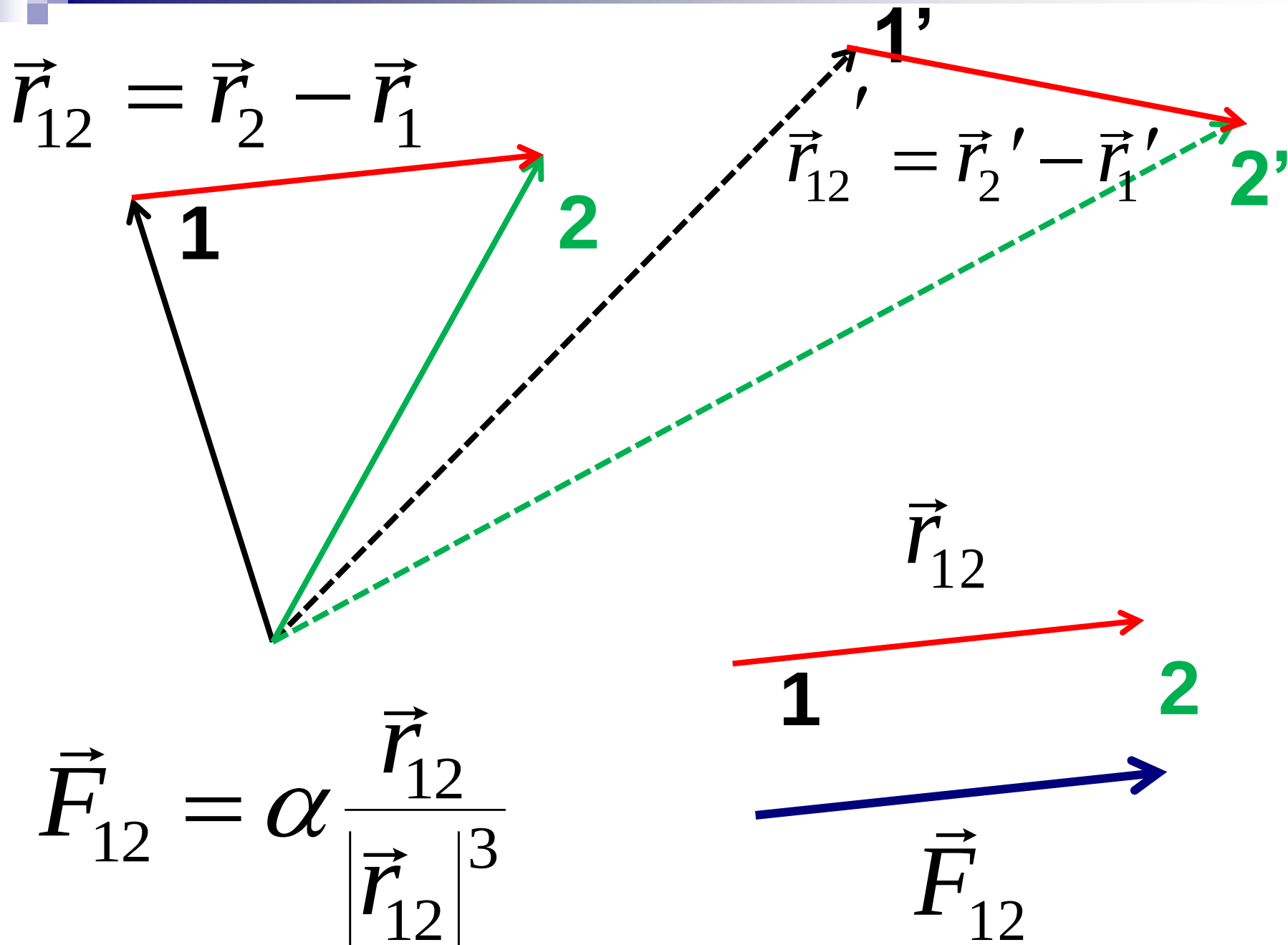
$$d\vec{r}_1 = \vec{r}_1(t+dt) - \vec{r}_1(t)$$

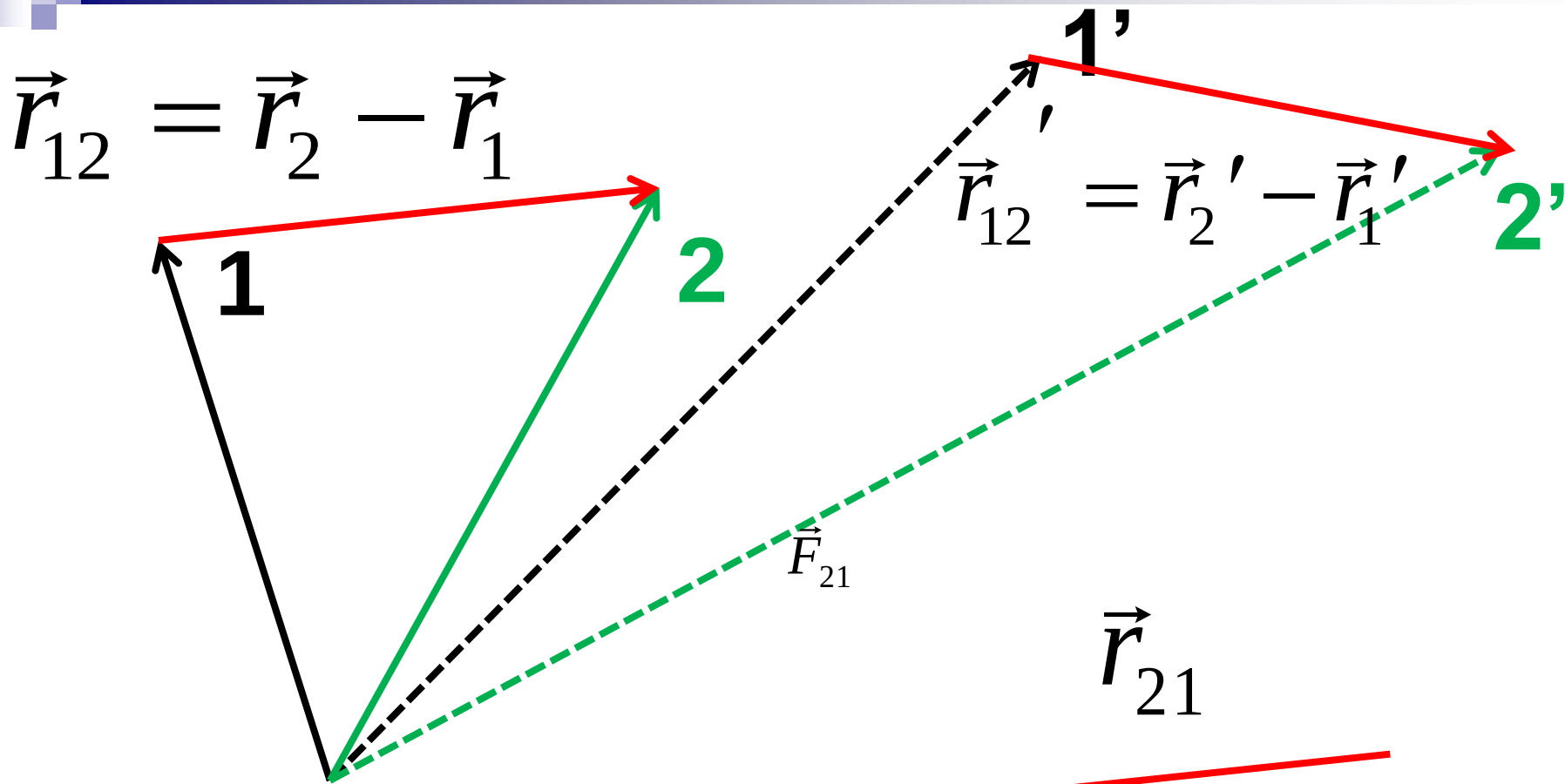
$$d\vec{r}_2 = \vec{r}_2(t+dt) - \vec{r}_2(t)$$



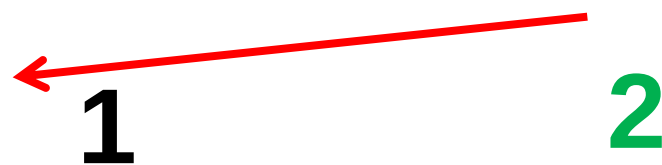
$$d\vec{r}_1 = \vec{r}_1(t + dt) - \vec{r}_1(t)$$

$$d\vec{r}_2 = \vec{r}_2(t + dt) - \vec{r}_2(t)$$





$$\vec{F}_{21} = \alpha \frac{\vec{r}_{21}}{|\vec{r}_{21}|^3}$$



$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

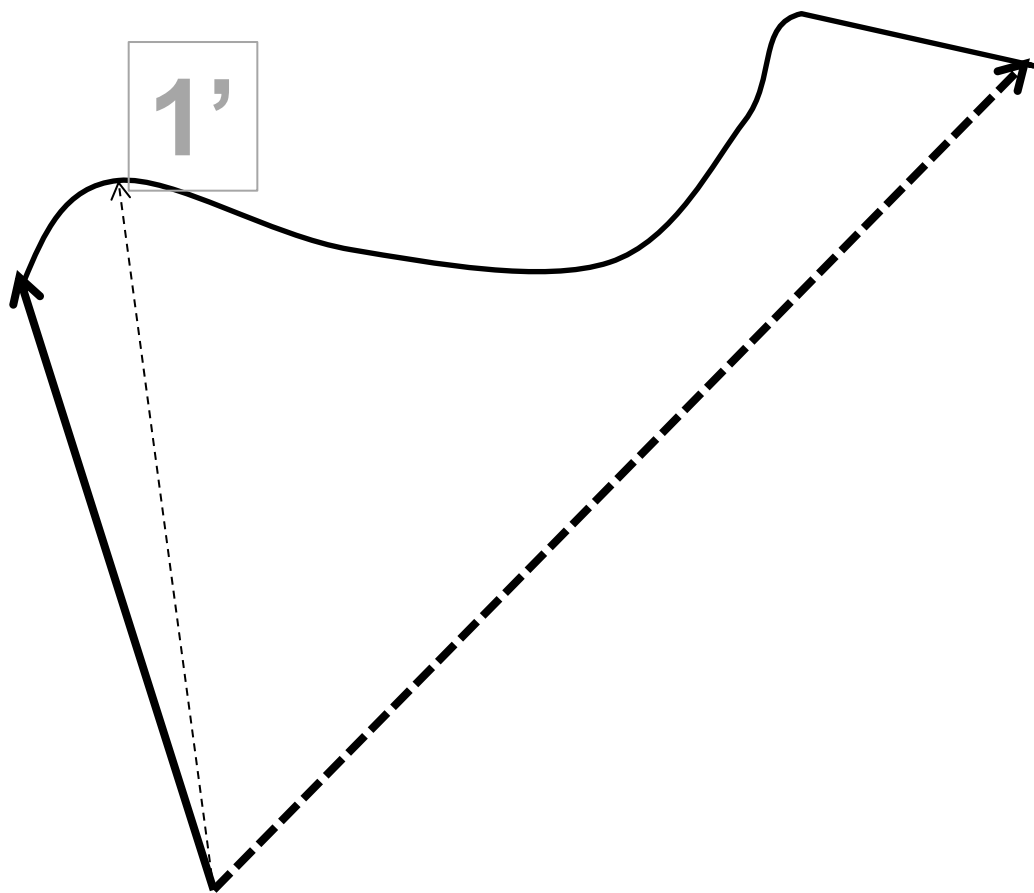
**III 3-й
Ньютона**

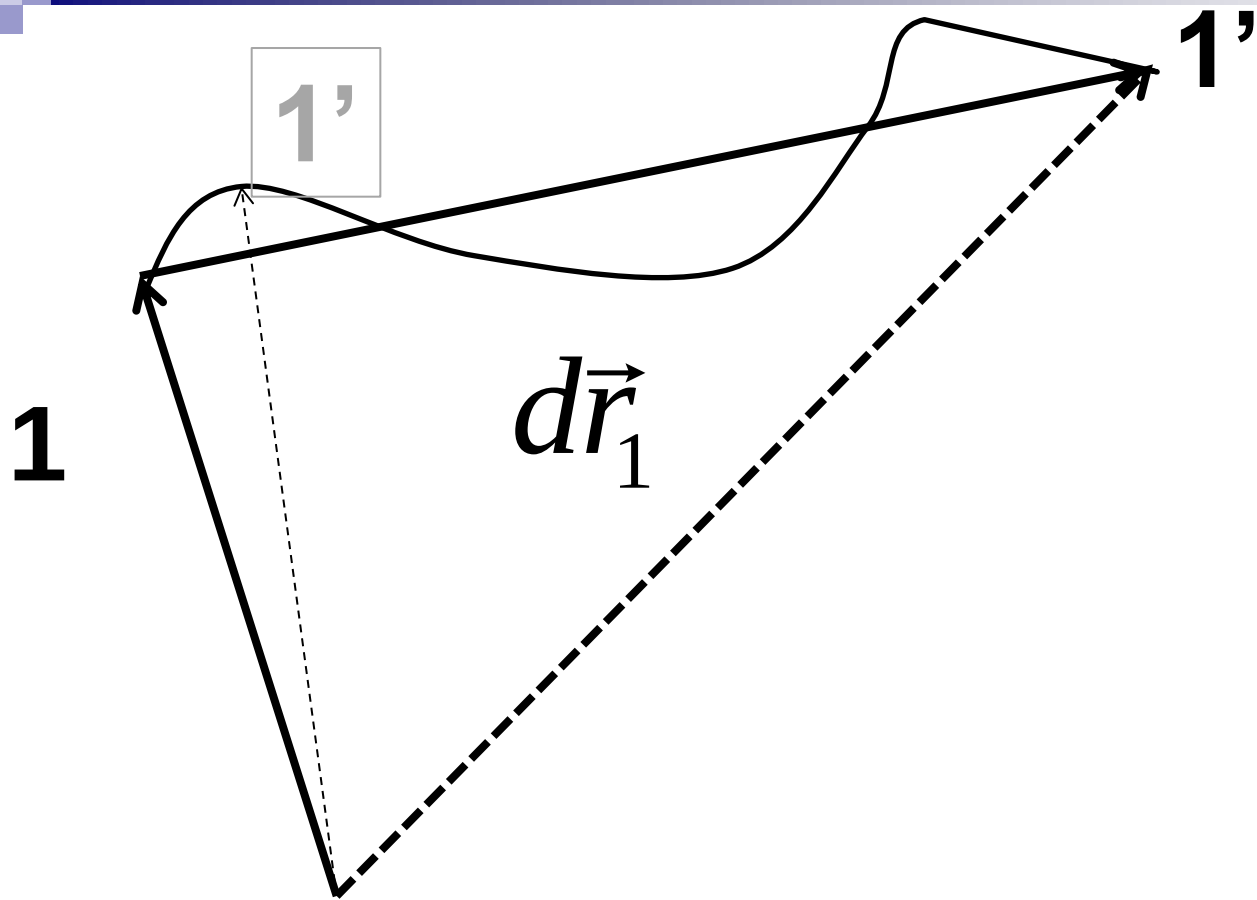


1

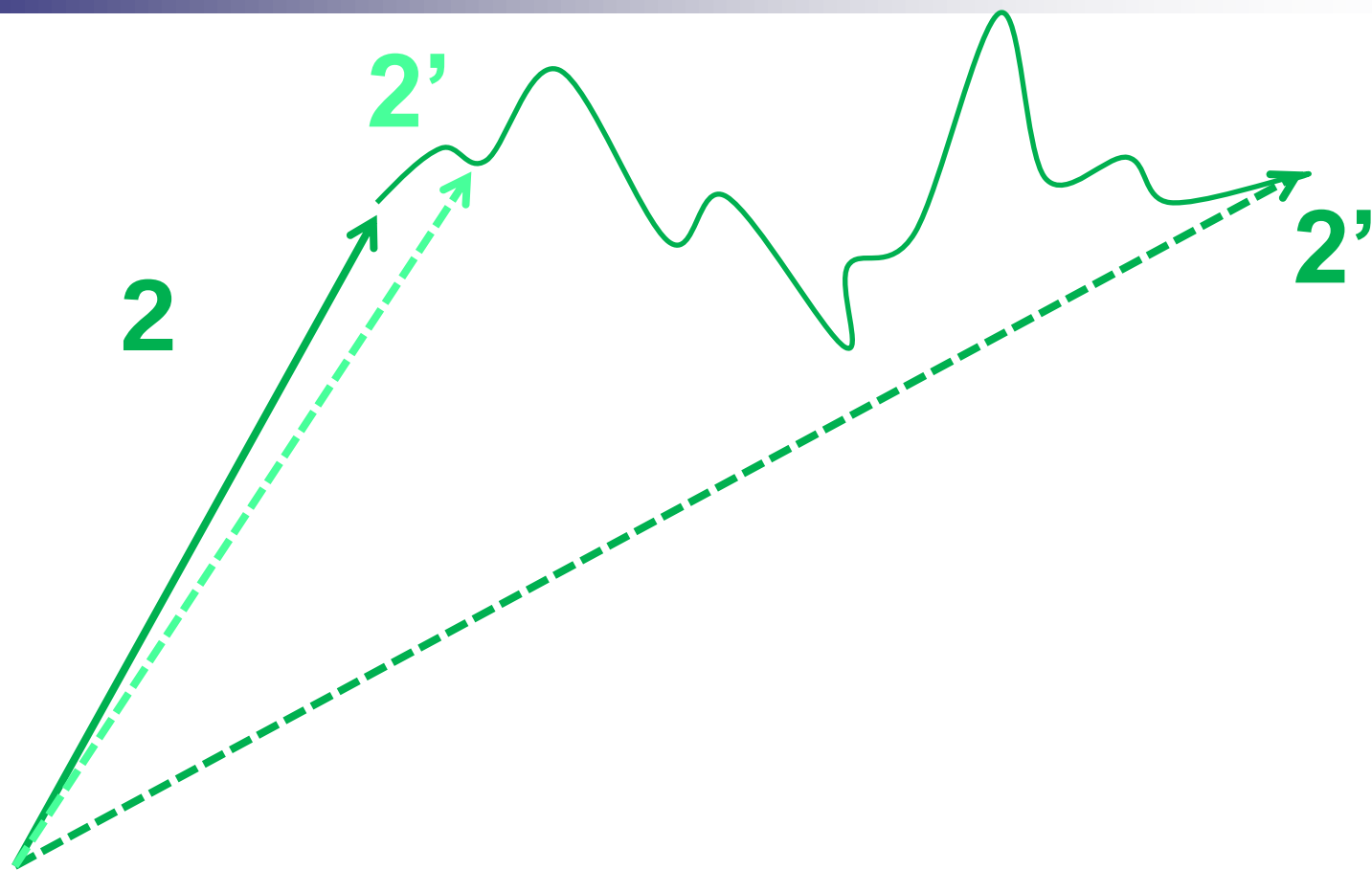
1'

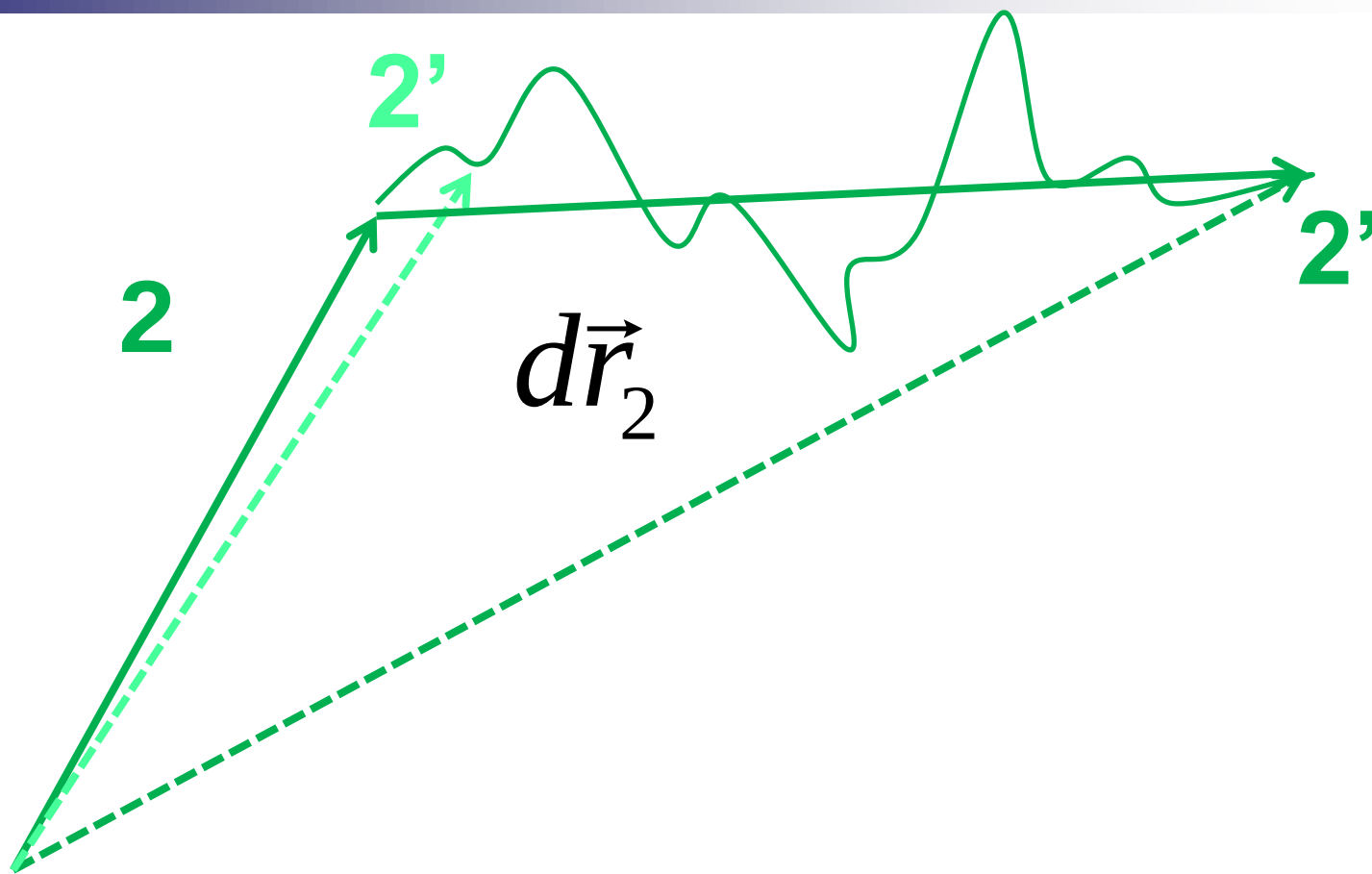
1'



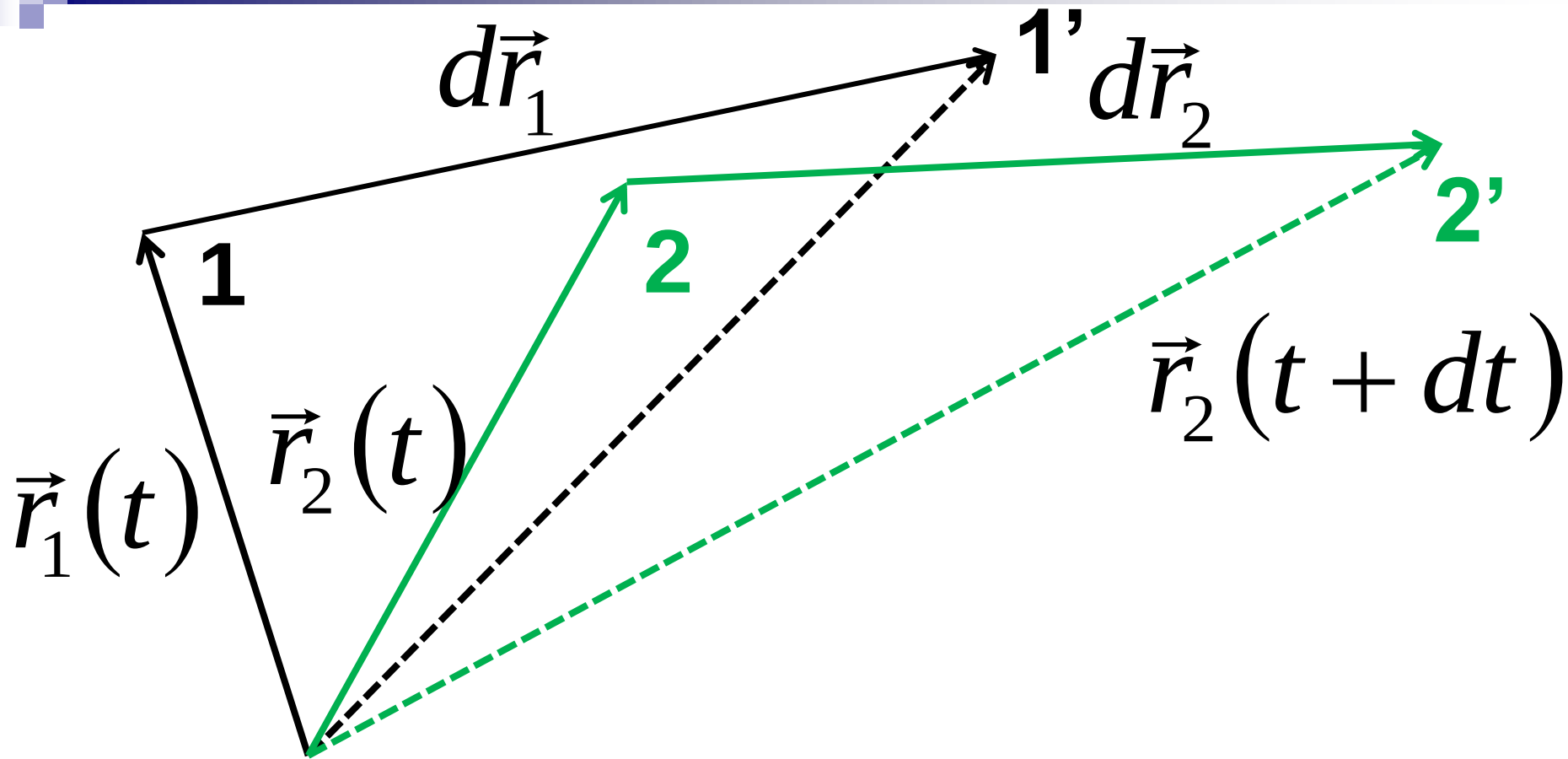


$$dA_1 = \vec{F}_{21} d\vec{r}_1$$

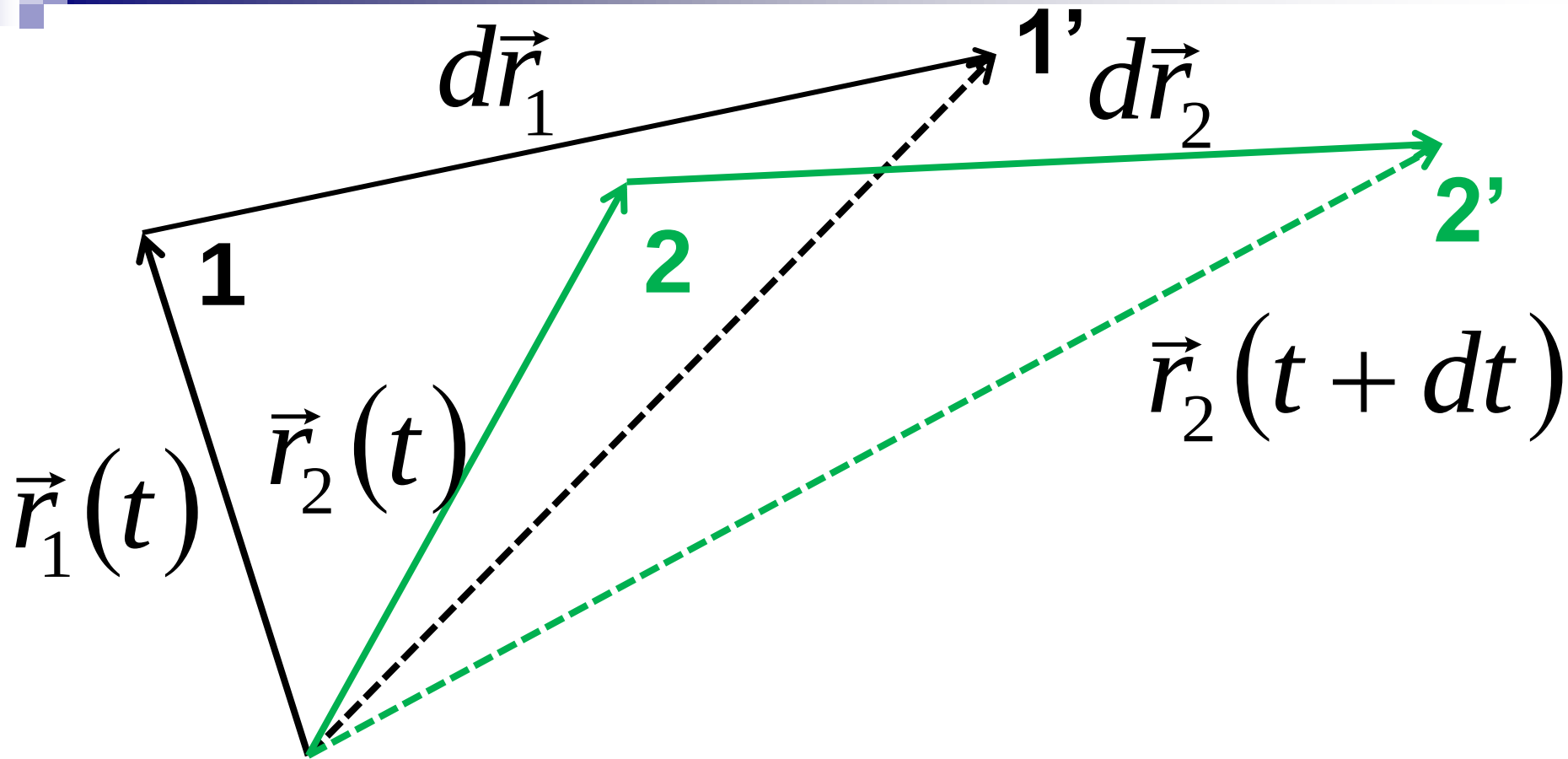




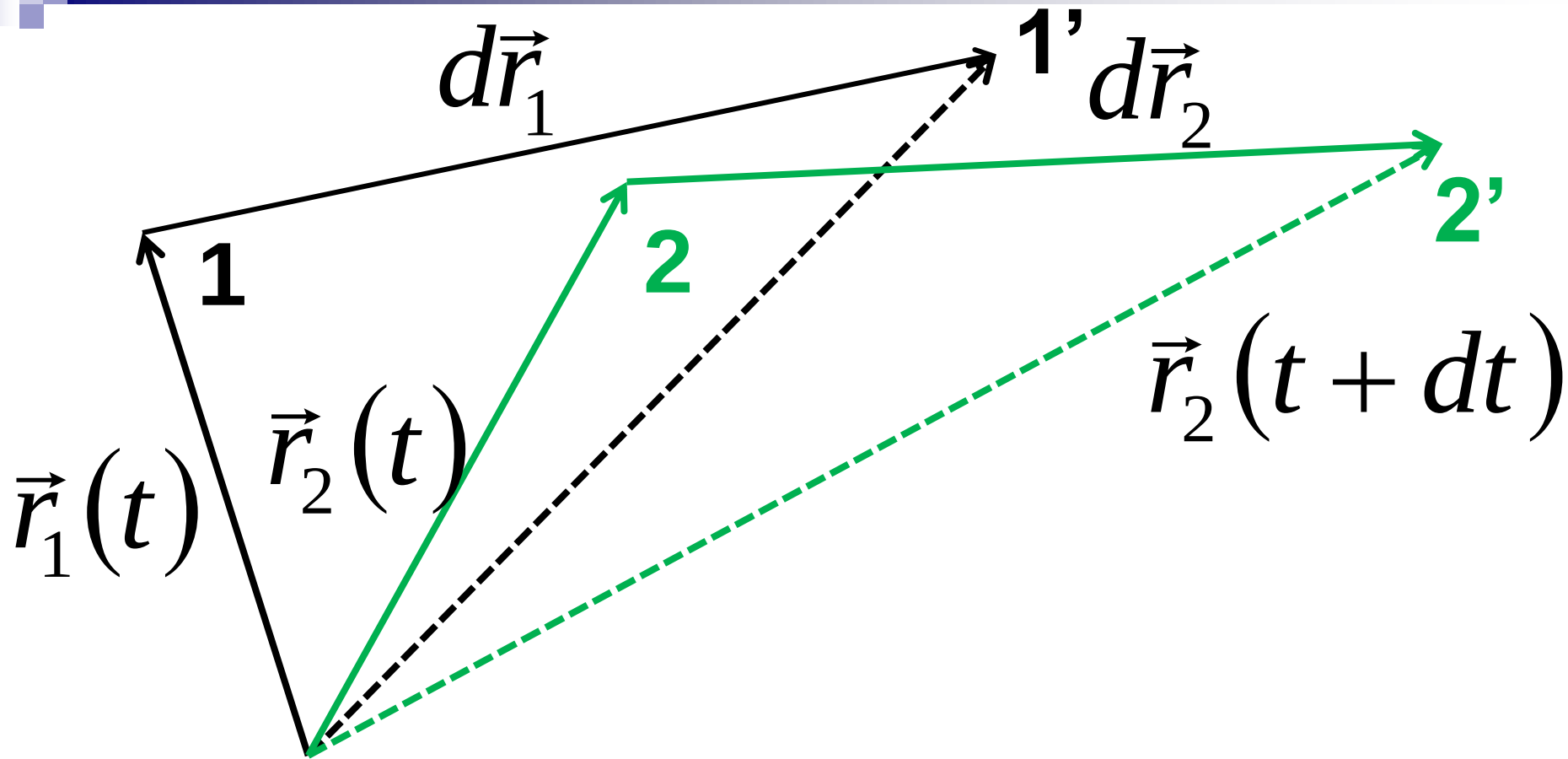
$$dA_2 = \vec{F}_{12} d\vec{r}_2$$



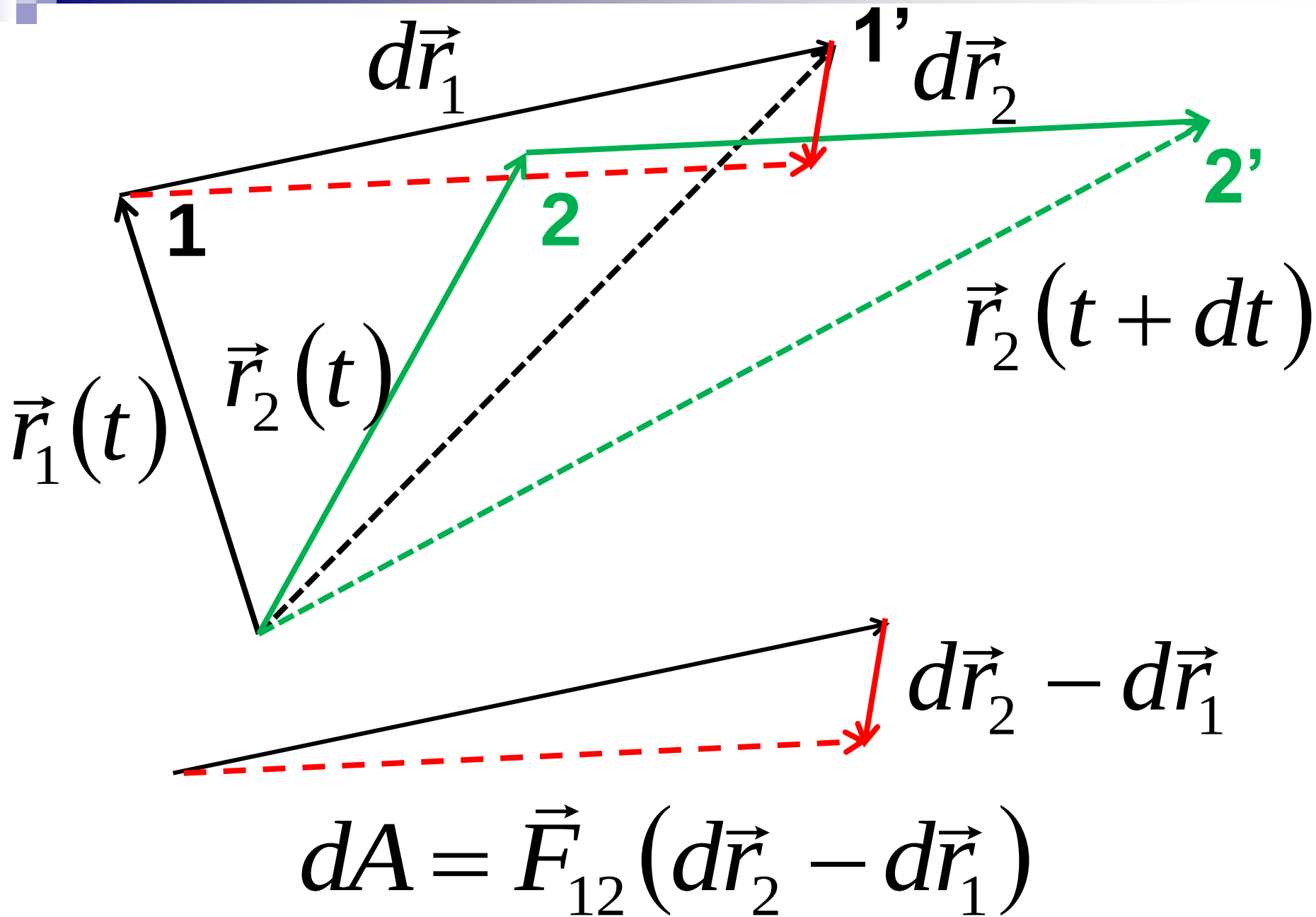
$$dA = dA_1 + dA_1 = \vec{F}_{21} d\vec{r}_1 + \vec{F}_{12} d\vec{r}_2$$

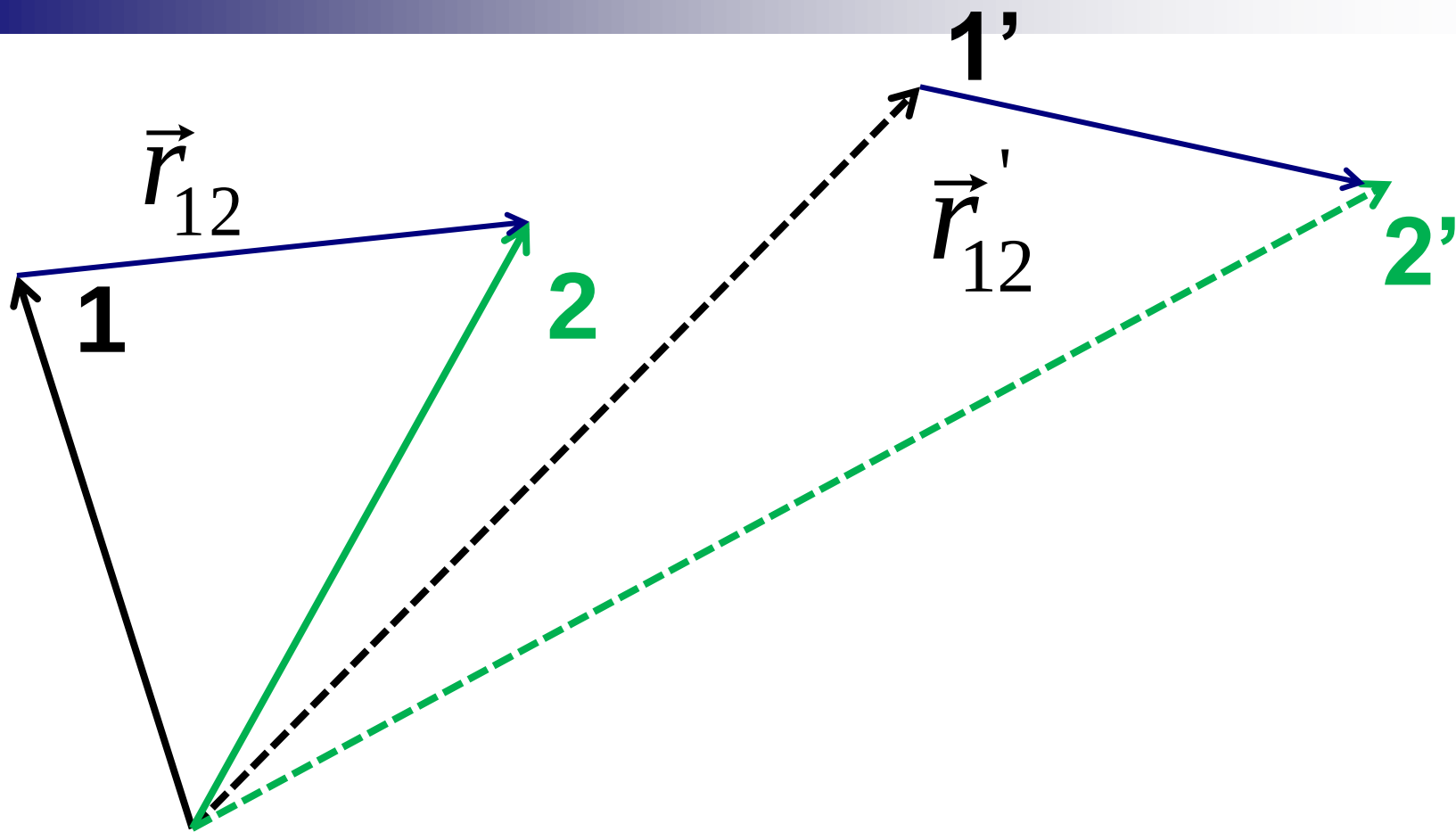


$$\begin{aligned}
 dA &= dA_1 + dA_2 = \vec{F}_{21} d\vec{r}_1 + \vec{F}_{12} d\vec{r}_2 = \\
 &= \vec{F}_{12} d\vec{r}_2 - \vec{F}_{12} d\vec{r}_1 = \vec{F}_{12} (d\vec{r}_2 - d\vec{r}_1)
 \end{aligned}$$

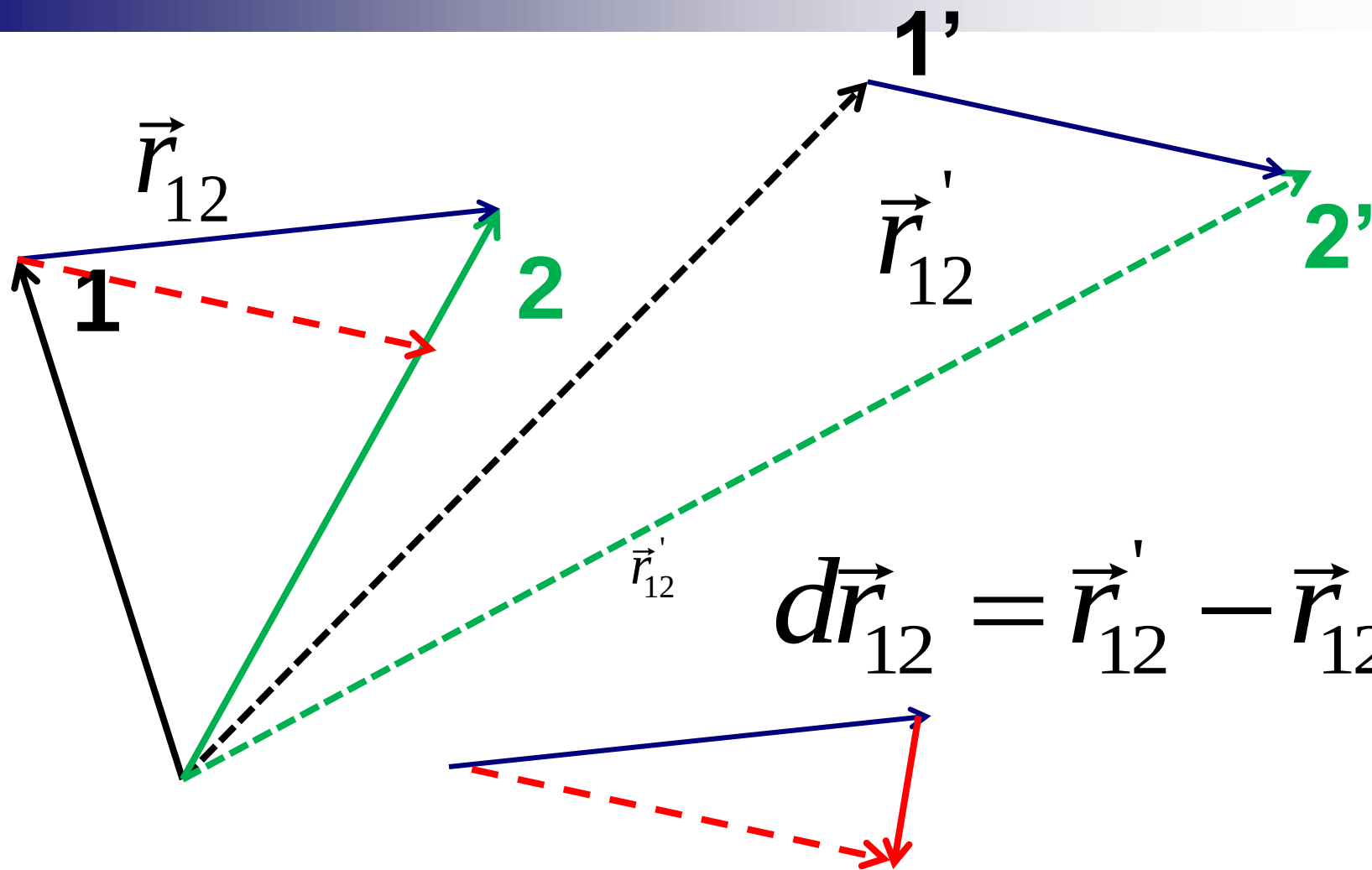


$$dA = \vec{F}_{12} (d\vec{r}_2 - d\vec{r}_1)$$

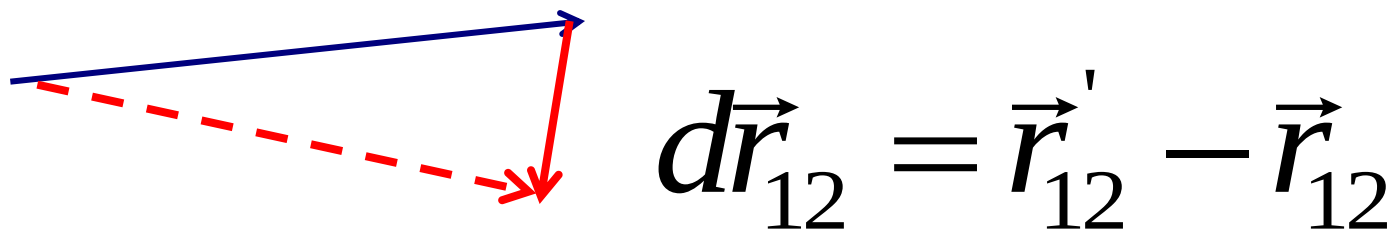
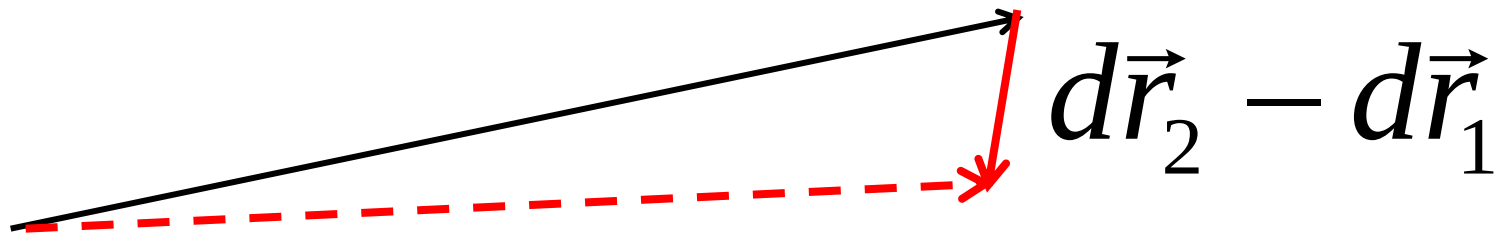




$$dA = \vec{F}_{12} (d\vec{r}_2 - d\vec{r}_1)$$



$$dA = \vec{F}_{12} (d\vec{r}_2 - d\vec{r}_1) = \vec{F}_{12} d(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = \\ = \vec{F}_{12} d\vec{r}_{12}$$



$$d(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = d\vec{r}_{12}$$

**Сила и работа при перемещении двух
взаимодействующих материальных точек**

$$\vec{F}_{12} d\vec{r}_{12} = \alpha \frac{\vec{r}_{12} d\vec{r}_{12}}{r_{12}^3} = \alpha \frac{r_{12} dr_{12}}{r_{12}^3}.$$

$$A = \int_{R_{12}}^{R'_{12}} \alpha \frac{dr_{12}}{r_{12}^2} = -\alpha \left(\frac{1}{r} \right) \Big|_{R_{12}}^{R'_{12}} = -\frac{\alpha}{R'_{12}} + \frac{\alpha}{R_{12}}.$$

П.2.2.7. Потенциальная энергия системы двух материальных точек.

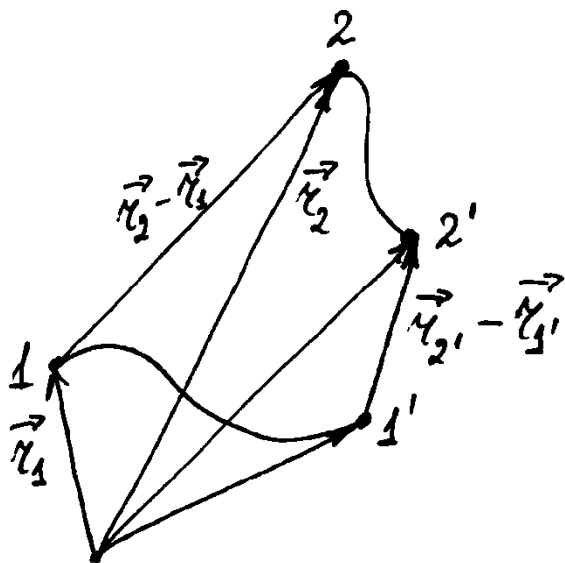
$$A = -\frac{\alpha}{R'_{12}} + \frac{\alpha}{R_{12}}.$$

$$U = \frac{\alpha}{R_{12}} + \textit{const} = U_{12}$$

П.2.2.7. Потенциальная энергия системы N материальных точек.

$$U = \sum_{i=1}^N \sum_{j>i, j \neq i}^N U_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N U_{ij}$$

П.2.2.7. Потенциальная энергия системы материальных точек.



$$\vec{F}_{12} = \alpha \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3}$$

$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

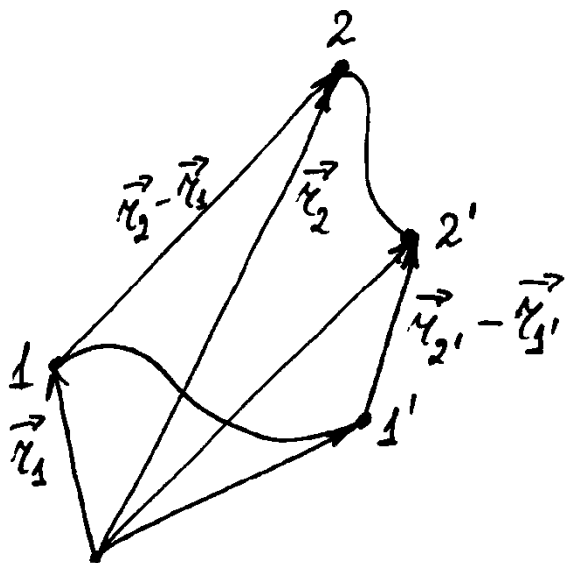
$$dA = dA_1 + dA_2 = \vec{F}_{12} d\vec{r}_{12} = \alpha \frac{\vec{r}_{12} d\vec{r}_{12}}{r_{12}^3} = \alpha \frac{r_{12} dr_{12}}{r_{12}^3}.$$

$$A = \int_{R_{12}}^{R'_{12}} \alpha \frac{dr_{12}}{r_{12}^2} = -\alpha \left(\frac{1}{r} \right) \Big|_{R_{12}}^{R'_{12}} = -\frac{\alpha}{R'_{12}} + \frac{\alpha}{R_{12}}.$$

$$U = \frac{\alpha}{R_{12}} + \text{const}$$

- потенциальная энергия взаимодействия двух материальных точек

П.2.2.7. Потенциальная энергия системы материальных точек.



$$\vec{F}_{12} = \alpha \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^3}$$

$$\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$dA = dA_1 + dA_2 = \vec{F}_{12} d\vec{r}_{12} = \alpha \frac{\vec{r}_{12} d\vec{r}_{12}}{r_{12}^3} = \alpha \frac{r_{12} dr_{12}}{r_{12}^3}.$$

$$A = \int_{R_{12}}^{R'_{12}} \alpha \frac{dr_{12}}{r_{12}^2} = -\alpha \left(\frac{1}{r} \right) \Big|_{R_{12}}^{R'_{12}} = -\frac{\alpha}{R'_{12}} + \frac{\alpha}{R_{12}}.$$

$$U = \frac{\alpha}{R_{12}} + \text{const}$$

- потенциальная энергия взаимодействия двух материальных точек

Лекция 6

План

Глава 2. Законы сохранения в простейших системах

П.2.2. Механическая энергия.

П.2.2.3. Консервативные силы. Поле сил. Потенциальная энергия материальной точки.

П.2.2.4. Потенциальная энергия м.т. в поле силы тяжести.

П.2.2.5. Потенциальная энергия м.т. в поле упругих сил.

П.2.2.6. Потенциальная энергия м.т. в гравитационном (кулоновском) поле.

П.2.2.7. Потенциальная энергия системы материальных точек.

П.2.2.8. Закон сохранения механической энергии.

П.2.2.9. Связь потенциальной энергии с силой.

П.2.3. Связь законов сохранения с однородностью пространства и времени.

Глава 3 Неинерциальные системы отсчета.

П.3.1 Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.

П.3.2. Проявление сил инерции на Земле.

П.2.2.8. Закон сохранения механической энергии.

Пример.

Вычислить 2-ю космическую скорость – то есть скорость, которую необходимо придать ракете, чтобы она оторвалась от Земли.

$$(0 + 0) - \left(\frac{mv_2^2}{2} - G \frac{M_3 m}{R_3} \right) = 0$$

$$v_2^2 = 2G \frac{M_3}{R_3} = 2G \frac{M_3}{R_3^2} R_3 = 2gR_3$$

$$v_2 = \sqrt{2} \sqrt{gR_3} = \sqrt{2} v_1 = 1.4 \cdot 7.9 \frac{\text{км}}{\text{с}} \approx 11.2 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$V > 11,2$ км/сек.
(гипербола)

$V = 11,2$ км/сек.
(парабола)

$7,9 < V < 11,2$ км/сек.
(эллипс)

$V = 7,9$ км/сек.
(круговая
орбита)

$V < 7,9$ км/сек.
(траектория тела,
падающего на Землю)



Лекция 6

План

Глава 2. Законы сохранения в простейших системах

П.2.2. Механическая энергия.

П.2.2.3. Консервативные силы. Поле сил. Потенциальная энергия материальной точки.

П.2.2.4. Потенциальная энергия м.т. в поле силы тяжести.

П.2.2.5. Потенциальная энергия м.т. в поле упругих сил.

П.2.2.6. Потенциальная энергия м.т. в гравитационном (кулоновском) поле.

П.2.2.7. Потенциальная энергия системы материальных точек.

П.2.2.8. Закон сохранения механической энергии.

П.2.2.9. Связь потенциальной энергии с силой.

П.2.3. Связь законов сохранения с однородностью пространства и времени.

Глава 3 Неинерциальные системы отсчета.

П.3.1 Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.

П.3.2. Проявление сил инерции на Земле.

$$F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}$$

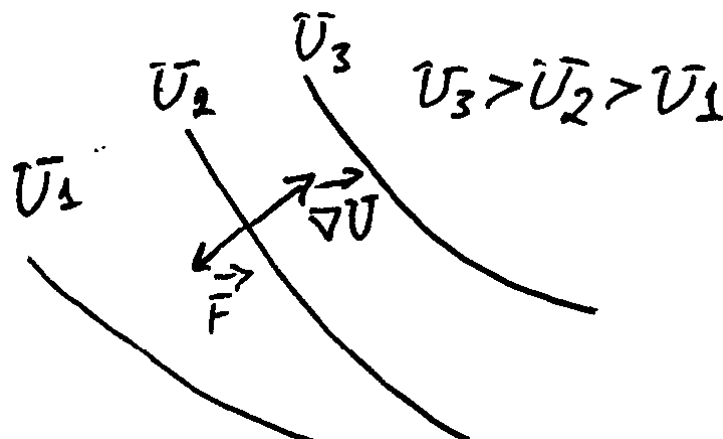
П.2.2.9. Связь потенциальной энергии с силой.

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = -dU$$

$$F_s ds = -dU \longrightarrow F_s = -\frac{dU}{ds}$$

$$\begin{cases} F_x = -\frac{\partial U}{\partial x} \\ F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \\ F_z = -\frac{\partial U}{\partial z} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \vec{F} &= F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} = -\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} - \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k} = \\ &= -\text{grad}U = -\vec{\nabla}U \end{aligned}$$



Лекция 6

План

Глава 2. Законы сохранения в простейших системах

П.2.2. Механическая энергия.

П.2.2.3. Консервативные силы. Поле сил. Потенциальная энергия материальной точки.

П.2.2.4. Потенциальная энергия м.т. в поле силы тяжести.

П.2.2.5. Потенциальная энергия м.т. в поле упругих сил.

П.2.2.6. Потенциальная энергия м.т. в гравитационном (кулоновском) поле.

П.2.2.7. Потенциальная энергия системы материальных точек.

П.2.2.8. Закон сохранения механической энергии.

П.2.2.9. Связь потенциальной энергии с силой.

П.2.3. Связь законов сохранения с однородностью пространства и времени.

Глава 3 Неинерциальные системы отсчета.

П.3.1 Неинерциальные системы отсчета. Силы инерции.

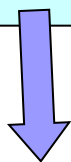
П.3.2. Проявление сил инерции на Земле.

П.2.2.10. Связь законов сохранения с однородностью пространства и времени.

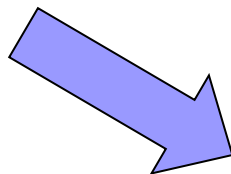
Закон сохранения импульса.

$$U(x_1, x_2) = U(x_1 + dx, x_2 + dx)$$

$$U(x_1 + dx, x_2 + dx) = U(x_1, x_2) + \frac{\partial U}{\partial x_1} dx + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx$$



$$\left(\frac{\partial U}{\partial x_1} + \frac{\partial U}{\partial x_2} \right) dx = 0$$

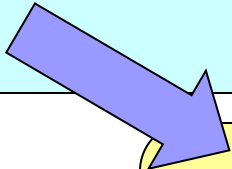


$$\frac{\partial U}{\partial x_1} = - \frac{\partial U}{\partial x_2}$$

П.2.2.10. Связь законов сохранения с однородностью пространства и времени.

Закон сохранения механической энергии

$$\begin{aligned} A_{12} &= \int_1^2 (F_x dx + F_y dy + F_z dz) = \\ &= - \int_1^2 \left(\frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz \right) = \\ &= - \int_1^2 \left(\frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy + \frac{\partial U}{\partial z} dz + \frac{\partial U}{\partial t} dt \right) + \int_1^2 \frac{\partial U}{\partial t} dt = \\ &= U_1 - U_2 + \int_1^2 \frac{\partial U}{\partial t} dt \end{aligned}$$


$$(K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = \int_1^2 \frac{\partial U}{\partial t} dt$$