



Механика

Лекция 16

Оптика, механика, акустика – каждая из этих областей физики говорит на своем «национальном» языке. Но у них есть «интернациональный» язык – язык теории колебаний.

**Г.С.Горелик.
«Л.И.Мандельштам и учение о резонансе»**

aislepkov.phys.msu.ru

Лекция 16

План

Глава 7. Колебания

П.7.1. Свободные колебания систем с одной степенью свободы.

7.1.2. Затухающие колебания.

П.7.2. Вынужденные колебания.

7.2.1 Уравнение вынужденных колебаний и его решение.

7.2.2. Резонанс. Амплитудные и фазовые резонансные кривые.

7.2.3. Добротность.

7.2.4. Соотношение между силами при резонансе.

7.2.5. Установление колебаний

Лекция 16

План

Глава 7. Колебания

П.7.1. Свободные колебания систем с одной степенью свободы.

7.1.2. Затухающие колебания.

П.7.2. Вынужденные колебания.

7.2.1 Уравнение вынужденных колебаний и его решение.

7.2.2. Резонанс. Амплитудные и фазовые резонансные кривые.

7.2.3. Добротность.

7.2.4. Соотношение между силами при резонансе.

7.2.5. Установление колебаний

7.2.1 Уравнение вынужденных колебаний и его решение.

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t$$

7.2.1 Уравнение вынужденных колебаний и его решение.

$$c = a + ib$$

$$(i)^2 = -1$$

$$|c| = \sqrt{c \cdot c^*} = \sqrt{(a + ib)(a - ib)} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$i = e^{i \frac{\pi}{2}}$$

$$\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha = e^{i \alpha}$$

$$c = |c| \cdot e^{i \cdot \arctg \left(\frac{\operatorname{Im} c}{\operatorname{Re} c} \right)} = |c| \cdot e^{i \cdot \arctg \left(\frac{b}{a} \right)}$$

Лекция 16

План

Глава 7. Колебания

П.7.1. Свободные колебания систем с одной степенью свободы.

7.1.2. Затухающие колебания.

П.7.2. Вынужденные колебания.

7.2.1 Уравнение вынужденных колебаний и его решение.

7.2.2. Резонанс. Амплитудные и фазовые резонансные кривые.

7.2.3. Добротность.

7.2.4. Соотношение между силами при резонансе.

7.2.5. Установление колебаний

7.2.2. Резонанс. Амплитудные и фазовые резонансные кривые.

Резонансная зависимость для скорости.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -\omega X_0 \sin(\omega t + \varphi) = \omega X_0 \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) = \\ &= f_0 \cdot \frac{\omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}} \cdot \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}) = \\ &= f_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega}\right)^2 + 4\delta^2}} \cdot \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})\end{aligned}$$

$$\omega_{p.v} = \omega_0$$

7.2.2. Резонанс. Амплитудные и фазовые резонансные кривые.

Резонансная зависимость для ускорения.

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= \omega^2 X_0 \cos(\omega t + \varphi + \pi) = \\ &= f_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1\right)^2 + 4 \frac{\delta^2}{\omega^2}}} \cdot \cos(\omega t + \varphi + \pi)\end{aligned}$$

$$\omega_{\text{p.a.}} = \frac{\omega_0^2}{\sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}}$$

7.2.2. Резонанс. Амплитудные и фазовые резонансные кривые.

$$x = f_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

смещение

$$\dot{x} = f_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega_0^2 - \omega^2}{\omega}\right)^2 + 4\delta^2}} \cdot \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

скорость

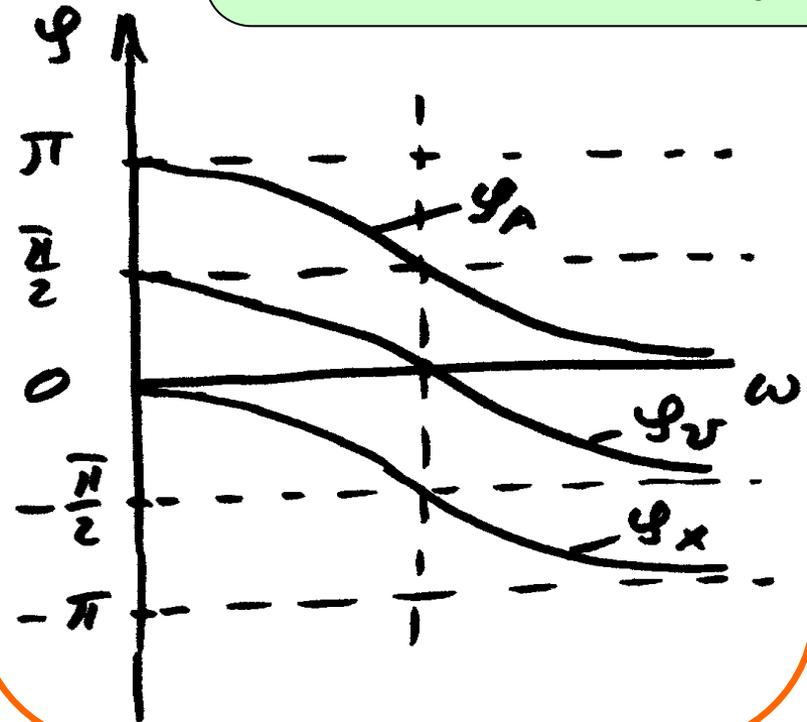
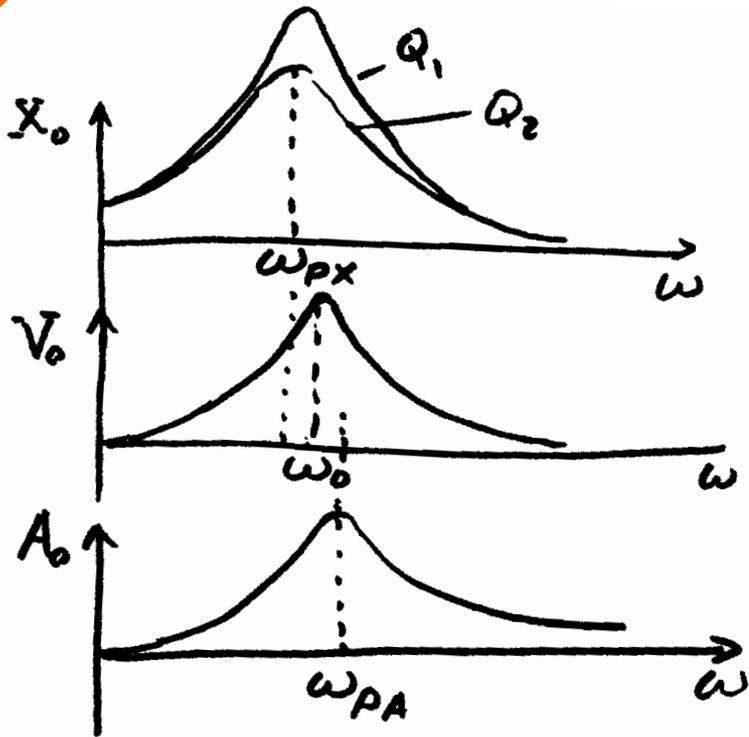
$$\ddot{x} = f_0 \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1\right)^2 + 4\frac{\delta^2}{\omega^2}}} \cdot \cos(\omega t + \varphi + \pi)$$

ускорение

$$\operatorname{tg} \varphi = - \frac{2\omega \delta}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

7.2.2. Резонанс. Амплитудные и фазовые резонансные кривые.

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{2\omega\delta}{\omega^2 - \omega_0^2}$$



Лекция 16

План

Глава 7. Колебания

П.7.1. Свободные колебания систем с одной степенью свободы.

7.1.2. Затухающие колебания.

П.7.2. Вынужденные колебания.

7.2.1 Уравнение вынужденных колебаний и его решение.

7.2.2. Резонанс. Амплитудные и фазовые резонансные кривые.

7.2.3. Добротность.

7.2.4. Соотношение между силами при резонансе.

7.2.5. Установление колебаний

П.7.2.3 Добротность

Добротность

$$Q = \frac{X_{0 \text{ рез}}}{X_{0 \text{ см}}} = \frac{\omega_0}{2\delta} = \frac{2\pi}{2\delta T} = \frac{\pi}{\theta}$$

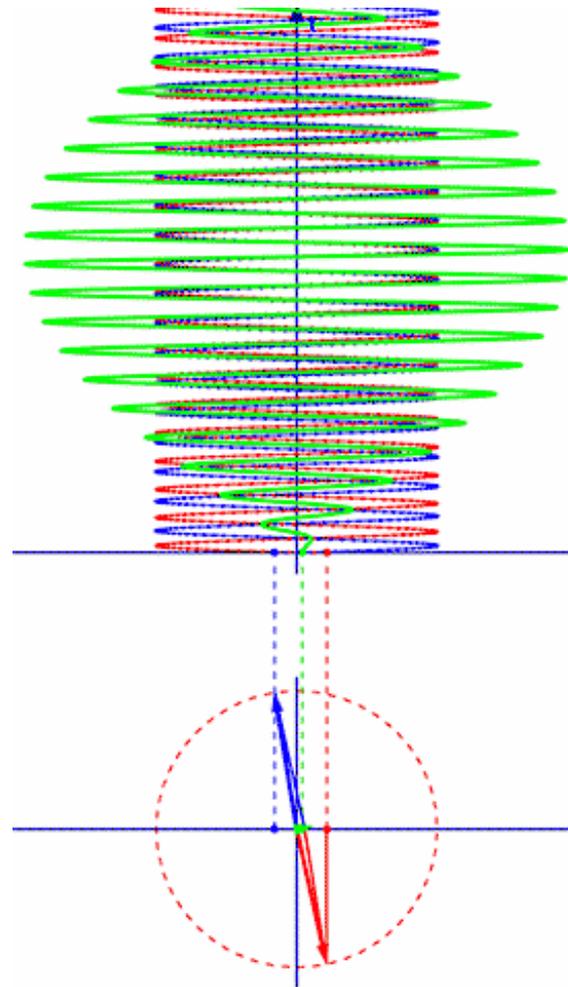
Пусть
$$\frac{X_{0 \text{ рез}}}{X_1} = \frac{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_1^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}{2\delta \omega_0} = \sqrt{2}$$

$$(\Delta\omega 2\omega_0)^2 + 4\delta^2 \omega_0^2 = 8\delta^2 \omega_0^2$$

$[\Delta\omega = \omega_1 - \omega_0]$

$$\Delta\omega = \delta$$

$$Q = \frac{\omega_0}{2 \cdot \Delta\omega}$$



$$U(t) = U_0[\sin(\omega_1 t) + \sin(\omega_2 t)]$$

$$\frac{|\omega_1 - \omega_2|}{\omega_1} \ll 1$$

Лекция 16

План

Глава 7. Колебания

П.7.3. Сложение колебаний.

7.3.1. Биения.

7.3.2. Фигуры Лиссажу.

П.7.4. Колебания в связанных системах.

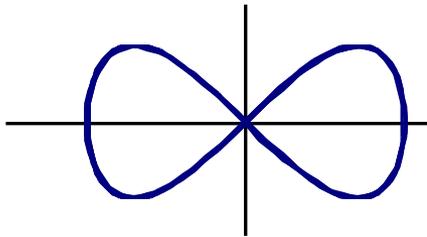
7.4.1. Уравнение колебаний для связанных систем

7.4.2. Моды колебаний

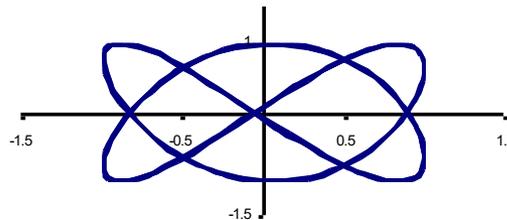
П.7.3. Сложение колебаний.

7.3.2 Фигуры Лиссажу

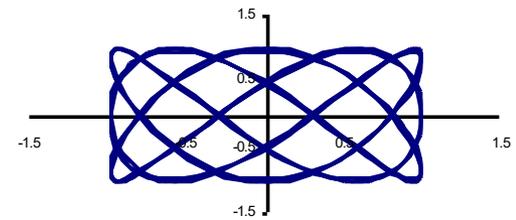
$$m\omega_1 = n\omega_2$$



$n=2, m=1$



$n=3, m=2$



$n=5, m=3$

П.7.3. Сложение колебаний.

7.3.2 Фигуры Лиссажу

